

Béton armé : principe de base et dimensionnement



Licence Sciences, Technologie, Santé
Mention Physique et ingénieries
Licence 3

Jacqueline Saliba
Jacqueline.saliba@u-bordeaux.fr

Plan

Chapitre 1 : Dimensionnement des structures

I) Généralités

I.1) L'utilisation du béton dans la construction

I.2) Le béton armé ó objectifs

I.3) Principe du calcul

II) Comportement mécanique

II.1) Béton

II.2) Acier

III) Actions et sollicitations

III.1) Actions

III.2) Sollicitations

Chapitre 2 : Adhérence Acier/béton

I) Comportement expérimental

II) Ancrage rectiligne

III) Ancrage rectiligne d'un paquet de barres

IV) Longueur de recouvrement des armatures tendues

V) Ancrage courbe

Chapitre 3 : Dispositions constructives

I) Principales dispositions concernant les armatures longitudinales

II) Enrobage des armatures

III) Ancrage rectiligne d'un paquet de barres

IV) Mise en place des armatures longitudinales

Chapitre 4 : Sollicitations normales

I) Justification à l'ELU - Principe

I.1) Hypothèses de calcul

I.2) Diagramme des trois pivots

I.3) Diagramme des contraintes du béton dans une section droite

II) Flexion simple à l'ELU pour les poutres rectangulaires

II.1) Configurations possibles à l'ELU

II.2) Equation d'équilibre à l'ELU

II.3) Résolution du problème

III) Justification à l'ELS

III.1) Hypothèses de calcul

III.2) Contraintes limites

III.3) Vérification en flexion simple d'une section rectangulaire

Chapitre 5 : Compression (poteaux)

I) Longueur de flambement et élancement

II) Justification des poteaux

II.1) Calcul de l'effort résistant

II.2) Dimensionnement des aciers

Chapitre 6 : Effort tranchant

I) Introduction

II) Bases de calcul

III) Résistance des âmes

III.1) Vérification du béton de l'âme

III.2) Vérification des armatures de l'âme

III.3) Dimensionnement des âmes

III.4) Répartition des armatures transversales

III.5) Dispositions constructives

III.6) Arrêt des barres principales

IV) Zone d'application des efforts

IV.1) Appuis de rive

IV.2) Appuis intermédiaires

V) En résumé

V.1) Choix et positionnement des barres transversales

V.2) Arrêt des barres longitudinales

V.3) Vérifications sur appui

Chapitre 1 : Dimensionnement des structures

I) Généralités

I.1) Utilisation du béton dans la construction

On distingue 3 catégories de béton selon son application structurale :

- Béton non armé
- Béton armé
- Béton précontraint

Béton non armé (*concrete*)

Il est employé pour les ouvrages travaillant surtout en traction (exemple : grands barrages massifs). La forme de l'ouvrage est alors étudiée pour solliciter le béton essentiellement en compression -c'est face à cette sollicitation qu'il est le plus performant-. On limite autant que faire se peut les contraintes de traction.

Béton précontraint (*prestressed concrete*)

Il s'agit de structures dans lesquelles les armatures sont mises en tension avant l'application de charges ; on met ainsi le béton en compression. Cela lui permet de mieux résister aux contraintes de traction.

Béton armé (*reinforced concrete*)

Il est utilisé pour les cas où la structure est aussi sollicitée en traction. Les armatures métalliques sont disposées dans les zones sollicitées en traction. Elles permettent de suppléer le béton qui est lui très mauvais en traction.

I.2) Le béton armé - objectifs

Pourquoi utiliser du béton armé plutôt que d'autres matériaux de construction (bois, acier) ?

- Choix des formes
- Capacité portante élevée
- Bonne durabilité
- Bonne résistance au feu
- Economique

Evidemment le béton armé présente des inconvénients :

- Poids propre élevé
- Faible isolation thermique
- Esthétique discutable

Le principe sera de combiner les avantages du béton avec ceux de l'acier, tout en minimisant les défauts des deux matériaux.

Béton :

- Bonne résistance en compression
- Mauvaise résistance en traction
- Peu cher

Acier :

- Bonne résistance en compression
- Bonne résistance en traction
- Assez cher

Le but étant de minimiser le coût de nos structures, l'objectif du calcul de béton armé sera de chercher la configuration permettant de minimiser l'acier au regard du béton

I.3) Principe du calcul

Nous allons ici exposer quelques caractéristiques du béton armé qui seront utilisées pour le calcul du béton armé.

Règles de calcul :

Les règles de calcul des ouvrages en béton armé actuellement en vigueur en France sont l'EUROCODE 2 (Règlement européen). A noter que l'ancien règlement français, le BAEL (règles techniques de conception et de calcul des ouvrages suivant la méthode des états limites) est encore utilisé. Le cours sera fait à l'EC2.

Liste des Eurocodes :

- Eurocode 0: Bases de calcul des structures (EN 1990)
- Eurocode 1: Actions sur les structures (EN 1991)
- Eurocode 2: Calcul des structures en béton (EN 1992)
- Eurocode 3: Calcul des structures en acier (EN 1993)
- Eurocode 4: Calcul des structures mixtes acier-béton (EN 1994)
- Eurocode 5: Conception et calcul des structures en bois (EN 1995)
- Eurocode 6: Calcul des ouvrages en maçonnerie(EN 1996)
- Eurocode 7: Calcul géotechnique (EN 1997)
- Eurocode 8: Calcul des structures pour leur résistance aux séismes (EN 1998)
- Eurocode 9: Calcul des structures en aluminium (EN 1999)

Adhérence acier/béton :

Le comportement du béton armé est essentiellement basé sur les phénomènes d'adhérence : ancrage et frottement entre les barres d'acier et le béton. Si l'on suppose une adhérence parfaite, alors, dans une même fibre, les déformations spécifiques du béton et de l'acier sont les mêmes : $\epsilon_{armatures} = \epsilon_{béton}$

Bien sûr cela n'est pas vrai pour les contraintes (les modules d'Young étant différents pour les 2 matériaux).

En réalité, cette hypothèse est vraie pour de petites déformations du béton. Lorsque le béton atteint sa résistance de traction, apparaît une fissuration locale du béton accompagnée d'un léger glissement entre le béton et l'acier au droit de la fissure.

Intérêt du béton dans les zones en traction :

Le béton dans les zones tendues a tout de même un intérêt, il permet d'enrober les armatures et ainsi de les protéger contre les agressions extérieures, notamment la corrosion.

Températures :

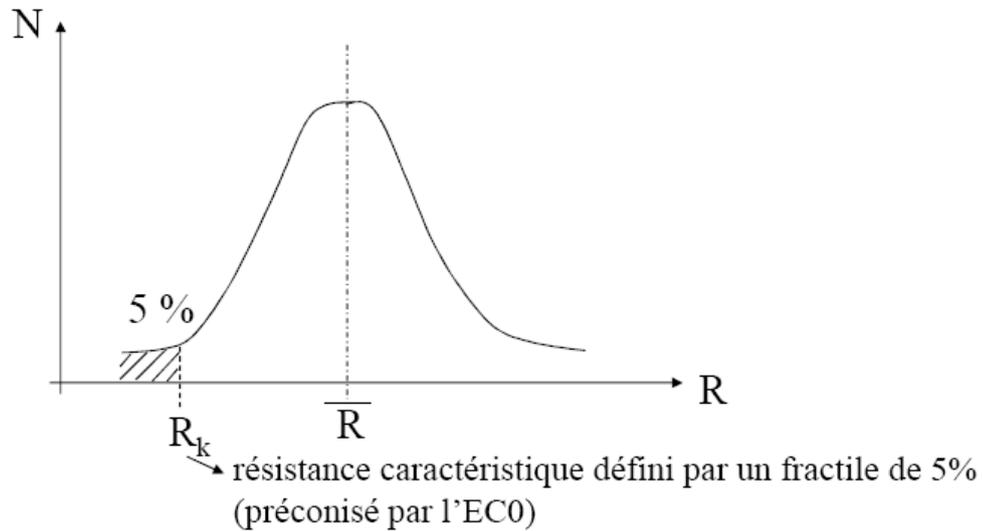
Pour des températures « classiques » (hors incendie), les dilatations thermiques des deux matériaux ne diffèrent pas trop, donc l'adhérence ne s'en voit pas gênée par ce phénomène.

II) Comportement mécanique

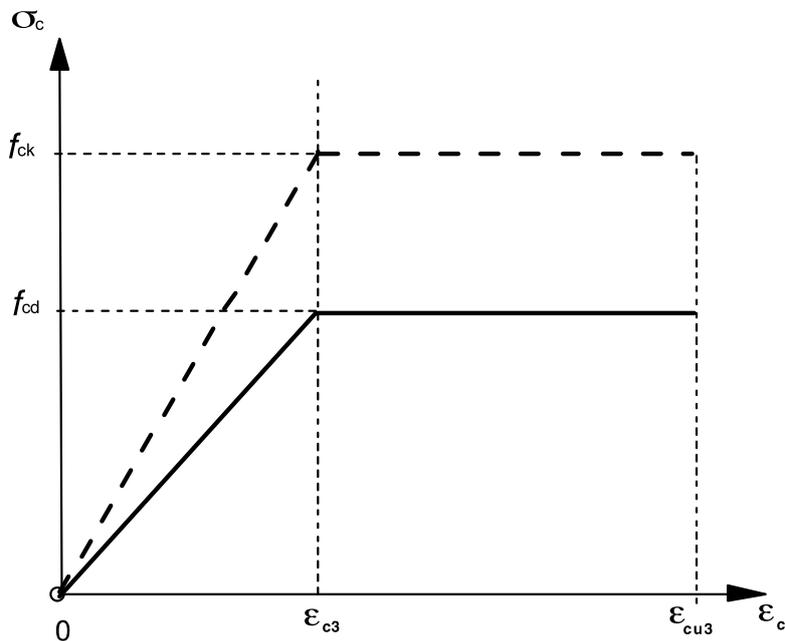
II.1) Béton

Résistance à la compression

Un béton est défini par sa résistance caractéristique à la compression à k jours, notée f_{ck} . Elle correspond à la résistance en dessous de laquelle, on peut s'attendre à trouver 5% des résultats d'essai.



La résistance à la compression est mesurée par compression axiale de cylindre droit de révolution de dimension $H=32 \times d=16$ (norme NFP 18-400) ou éprouvettes cubiques.



Résistance de calcul : $f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$ ($\gamma_c = 1,5$)

$\alpha_{cc} = 1$ pour le béton armé et 0,8 pour le béton non armé

Résistance caractéristique à la compression sur cylindres en fonction du temps :

$$f_{ck} = f_{cm} - \bar{\delta} \quad (\text{EC2, 3.1}) \quad \text{en MPa}$$

$$\text{avec } f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right] \quad (\text{t en jour})$$

où s est un coefficient qui prend les valeurs :

- 0,20 pour les ciments CEM 42,5 R, CEM 52,5 N, CEM 52,5 R ;
- 0,25 pour les ciments CEM 32,5 R, CEM 42,5 N ;
- 0,38 pour les ciments CEM 32,5 N.

f_{cm} : résistance moyenne en compression à 28 j

Résistance caractéristique à la traction ($f_{ck} < 50$ MPa, EC2, 3.1) :

- Valeur moyenne : $f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$
- Valeur inférieure de la résistance caractéristique : $f_{ctk0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$
- Valeur supérieure de la résistance caractéristique : $f_{ctk0,95} = 1,3 \cdot f_{ctm}$

Module d'élasticité :

module instantané : $E_{cm} = 22 [(f_{cm})/10]^{0,3} (f_{cm} \text{ en MPa}) \text{ en GPa}$

valables pour un béton de granulats de quartzite âgé de 28 jours, valeurs à réduire de 10 % pour des granulats calcaires, de 30 % pour des granulats issus de grès et à augmenter de 20 % pour des granulats issus de basalte (EC2 3.1.3(2))

module différé : $E_{c, eff} = E_{cm} / (1 + \varphi(\infty, t_0))$

$$E_s = 200000 \text{ MPa,}$$

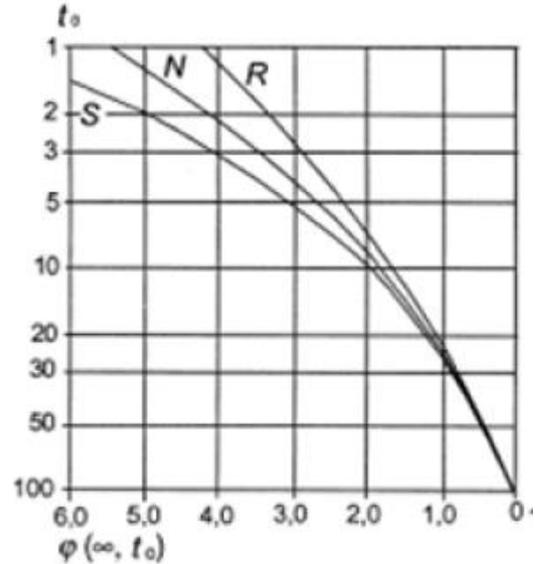
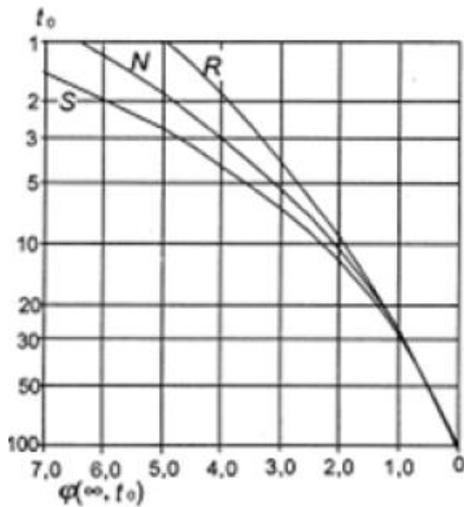
$$\text{pour } f_{c28} = 30 \text{ MPa, } E_{ij} = 34180 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_e = 5,85$$

$$\text{et } E_{vj} = 11497 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_e = 17,39$$

Calcul de $\varphi(\infty, t_0)$

Classe R : CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R
 Classe N : CEM 32,5 R, CEM 42,5 N
 Classe S : CEM 32,5 N

t_0 : âge du béton au moment du chargement, en jours



Classes de résistance du béton														Expression analytique Commentaires	
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
f_{cm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{cm} = 0,30 \times f_{ck}^{(20)} \leq C50/60$ $f_{cm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
$f_{ck,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ck,0,05} = 0,7 \times f_{cm}$ fractile 5%
$f_{ck,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ck,0,95} = 1,3 \times f_{cm}$ fractile 95%
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm}/10)^{1,3}]$ (f_{cm} en MPa)
ϵ_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	voir Figure 3.2 $\epsilon_{c1}(f_{ck}) = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,33} < 2,8$
ϵ_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	voir Figure 3.2 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu1}(f_{ck}) = 2,8 + 27[(98 - f_{ck})/100]^4$
ϵ_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	voir Figure 3.3 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2}(f_{ck}) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
ϵ_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	voir Figure 3.3 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu2}(f_{ck}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
ϵ_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	voir Figure 3.4 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c3}(f_{ck}) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
ϵ_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	voir Figure 3.4 pour $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu3}(f_{ck}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

II.2) Acier

EC2 retient **3 types d'acier** :

Éclasse A : acier à ductilité normale $\epsilon_{uk} \times 2,5\%$ (laminé à froid ou tréfilé)

Éclasse B : acier à haute ductilité $\epsilon_{uk} \times 5\%$ (laminé à chaud)

Éclasse C : acier à très haute ductilité $\epsilon_{uk} \times 7,5\%$

EC2 se limite aux aciers de limite élastique **inférieure ou égale à 600 MPa**

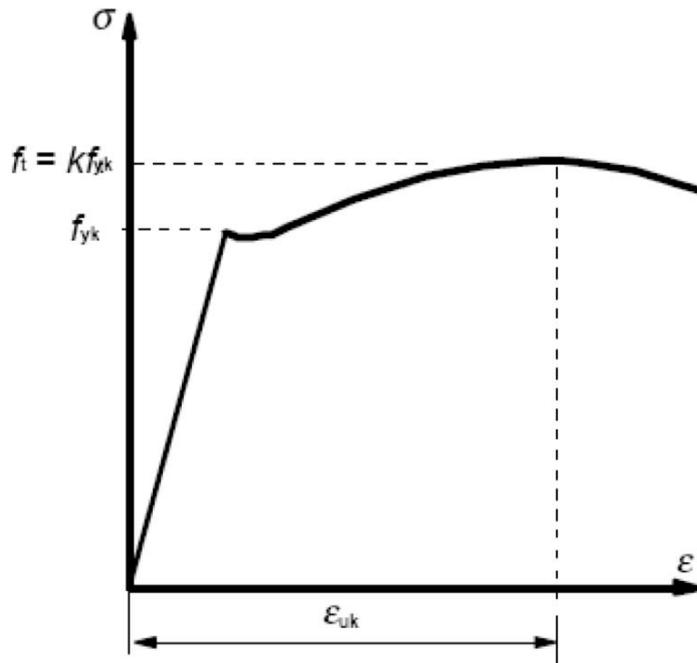
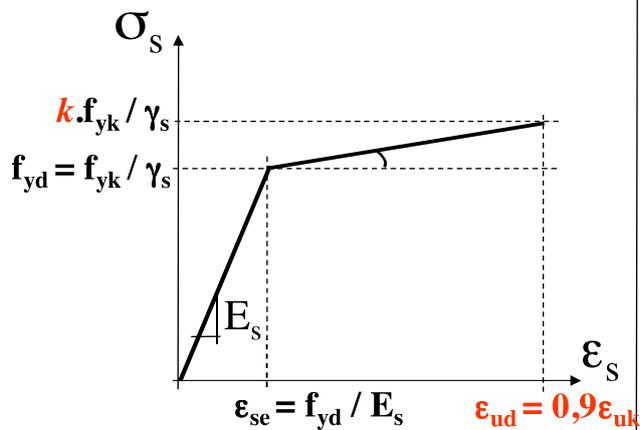


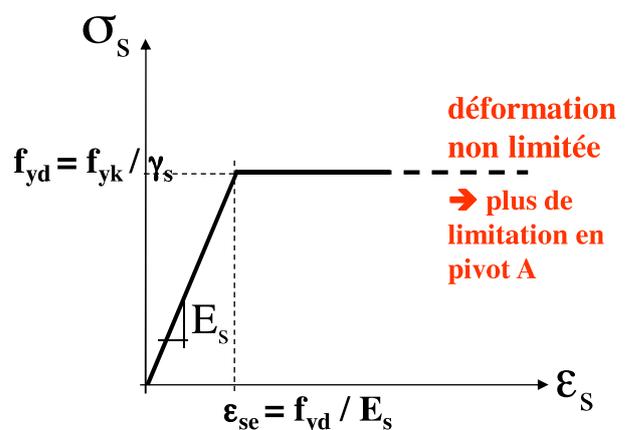
Diagramme à palier incliné

(pour aciers A et B)



k donné en Annexe C : $\geq 1,05$ (A) et $1,08$ (B)

Diagramme à palier horizontal



$E_s = 200000$ MPa

28

III) Actions et sollicitations

III.1) Actions

Les actions sont l'ensemble des charges (forces, couples, etc.) appliquées à la structure, ainsi que les conséquences des modifications entraînant des déformations de la structure (variation de température, tassement d'appui, etc.)

On distingue trois types d'actions :

- actions permanentes
- actions variables
- actions accidentelles

Actions permanente (G) : Leur intensité est constante (ou très peu variable) dans le temps.

Elles comprennent :

- Poids propre de la structure.
- Charges de superstructure, d'équipement fixe

On distingue G_{min} et G_{max} :

- **G_{max}** : ensemble des actions permanentes défavorables
- **G_{min}** : ensemble des actions permanentes favorables

Matériaux	Poids volumique (kN/m ³)
Béton armé	25
Béton non armé	22
Plâtre	10
Mortier	18
Brique pleine	19
Brique creuse	9
Parpaings pleins	21
Parpaings creux	9
Chêne	8
Sapin	5,5
Verre	25
Acier	78,5

Actions variables ou charge d'exploitation (Q) : Leur intensité varie fréquemment et de manière importante dans le temps.

On distingue :

- “ Actions d'exploitation : elles dépendent de l'usage du bâtiment. Elles sont définies dans les normes NFP06-004 et NFP06-001 ou dans l'Eurocode 1.
- “ Actions climatiques : elles sont définies par les règles Neige et Vent N84:DTU06-006 (S_n) et NV65:DTU06-002 (W) ou dans l'Eurocode 1.
- “ Actions dues à la température : Elles correspondent à la dilatation linéaire relative à partir d'une température initiale prise entre 8 et 14°C.
- “ Actions appliquées en cours d'exécution

Nature des locaux		Catégorie de la surface	q_k (kN/m ²)
Habitation	A	Planchers	1,5
		Escaliers	2,5
		Balcons	3,5
Bureaux	B		2,5
Lieux de réunion	C1	Espaces avec tables (écoles, cafés...)	2,5
	C2	Espaces avec sièges fixes	4
	C3	Espaces sans obstacles à la circulation des personnes	4
	C4	Espaces avec activités physiques	5
	C5	Espaces avec foules importantes	5
Commerces	D1	Commerces de détail	5
	D2	Grands magasins	5

Actions accidentelles (FA) : Ces actions correspondent à des événements non souhaités. Exemple : séismes, incendies, chocs de véhicules
Ces actions ne sont à considérer que si les documents d'ordre public ou le marché les prévoient.

III.2) Sollicitations

Les sollicitations sont les effets provoqués en chaque point et sur chaque section de la structure par les actions qui s'exercent sur elle. Elles vont correspondre aux efforts internes de la RdM : moment fléchissant, effort tranchant, effort normal

Afin de considérer les sollicitations globales, on prendra la somme des sollicitations des différentes actions en les affectant de coefficients particuliers : on fera donc des **combinaisons d'actions**.

Le calcul de l'EC se fait aux états limites :

État Limite : État d'une structure au-delà duquel sa fonction n'est plus remplie.

2 types : Etat limite ultime (ELU) et Etat limite de service (ELS)

ELS : liés aux conditions normales d'exploitation, et de durabilité en service

ó **Déformations**

ó **Vibrations**

ó **Fissuration (corrosion)**

Critères de calcul :

Vérification de **contraintes admissibles** et de **ouverture de fissures**

Comportement linéaire des matériaux (élasticité) avec des charges non pondérées

ELU : Capacité portante, sécurité des biens et des personnes

- ó Perte d'équilibre statique
 - ó Rupture des sections
 - ó Instabilité de formes
- Critères de calcul :
Vérification de **déformations admissibles**

Comportement non linéaire
des matériaux avec des
charges pondérées

Calcul des combinaisons :

Combinaison d'action à l'ELU de résistance

$$\gamma_G G_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$\gamma_G = 1,35$ si G défavorable 1 si favorable

$\gamma_{Q,i} = 1,5$ (charge dominante et charge d'accompagnement)

Combinaisons d'action à l'ELS

caractéristique :

$$G_k + Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

fréquente :

$$G_k + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

quasi permanente :

$$G_k + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

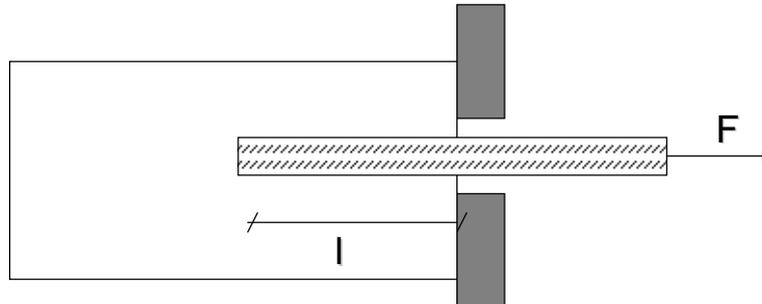
(valeur fréquentes : $\psi_0 = 0,7 - \psi_1 = 0,5 - \psi_2 = 0,3$ à vérifier
au cas par cas dans l'EC0)

Chapitre 2 : Adhérence Acier/béton

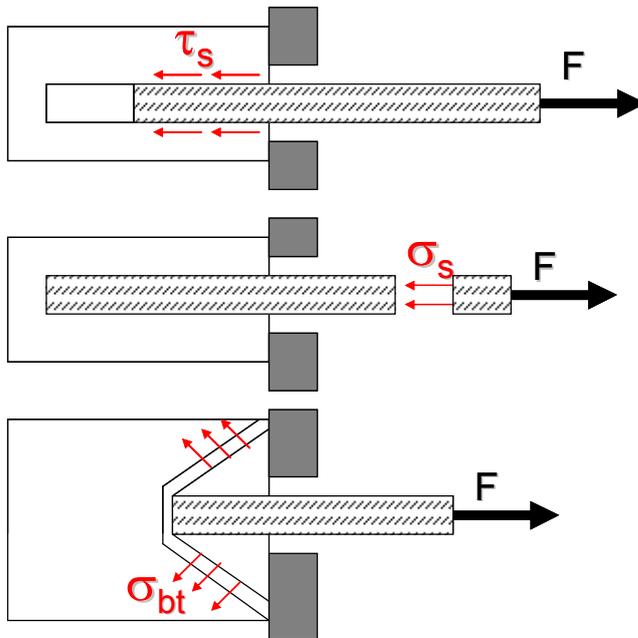
La liaison entre le béton et les armatures est caractérisée par la contrainte d'adhérence τ .

I) Comportement expérimental

Essai d'arrachement d'une barre droite en rond lisse

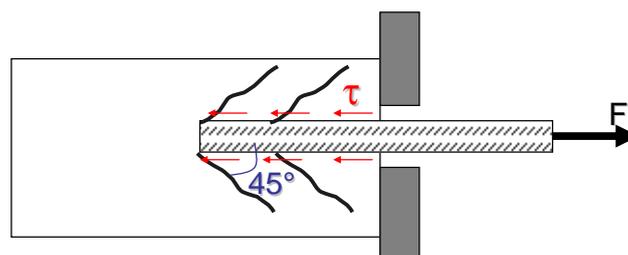


Il existe 3 modes de ruptures :



modes de rupture lors d'un essai d'arrachement

En pratique, lorsque F augmente, on voit apparaître des fissures suivant des surfaces coniques de révolution inclinées à 45° .



rupture du béton par arrachement de l'acier

L'action du béton sur l'acier peut se décomposer en :

- Un effort perpendiculaire à la barre.
- Une composante tangentielle : la contrainte d'adhérence notée τ_s .

Si l'on suppose une répartition uniforme des contraintes tangente τ_s le long de la barre, l'équation d'équilibre s'écrit :

$$F = \tau_s \cdot u \cdot L$$



$$u = 2\pi \cdot \phi / 2 = \pi \cdot \phi$$

avec

L: longueur de la barre scellée

u : le périmètre de la section.

Un paquet de nb barres (rapport des diamètres < 1,7) peut être considéré comme une barre :

- de même section que le paquet
- de même centre de gravité que le paquet -et de diamètre :

$$\phi_n = \phi \sqrt{n_b}$$

Plus on augmentera les forces de frottement, plus on retardera la rupture.

Idee : augmenter les irrégularités de surface des aciers (barres HA)



Barres HA

La valeur limite ultime réglementaire de la contrainte d'adhérence est notée f_{bd} et vaut d'après l'EC2 :

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$$

$\eta_1 = 1$ si les conditions d'adhérence sont bonnes, 0,7 sinon

$\eta_2 = 1$ si $\phi \leq 32$ mm ou $(132 - \phi)/100$ sinon (ϕ : diamètre de la barre)

$$f_{ctd} = f_{ctk,0.05} / \gamma_c$$

$f_{ctk,0.05}$: résistance caractéristique à la traction avec un fractile de 5%

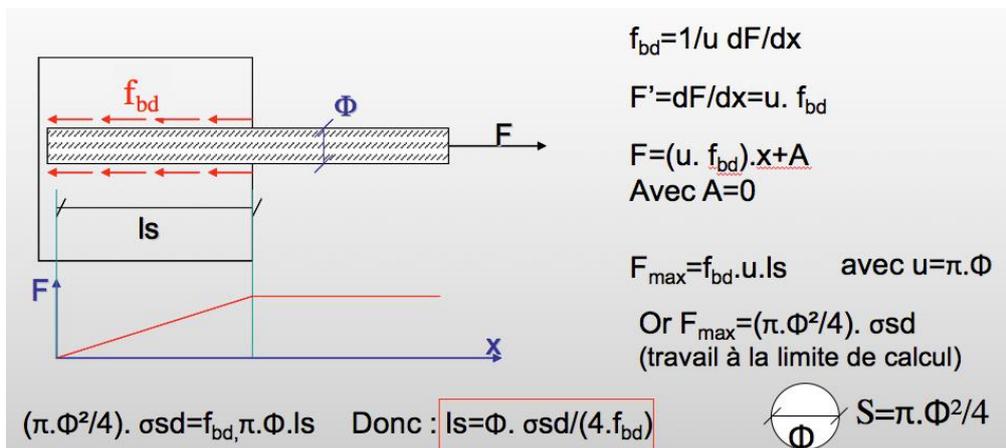
$$f_{ctk,0.05} = 0,7 f_{ctm}$$

Les justifications à fournir seulement à l'ELU ; elles visent :

- “ les extrémités de barre qui doivent être ancrées avec une sécurité suffisante
- “ les armatures en partie courante soumises à des contraintes, dites d'entraînement, qui doivent être limitées pour ne pas endommager le béton

II) Ancrage rectiligne

La **longueur de scellement droit**, notée l_s , est la longueur sur laquelle il faut associer l'acier et le béton pour qu'à la sortie de l'ancrage, l'acier puisse travailler en traction à sa limite de calcul σ_{sd} .



Calcul de la longueur de scellement droit

Cette expression est également valable pour les aciers reprenant les efforts de flexion et les barres comprimées.

Longueur d'ancrage de calcul

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd}$$

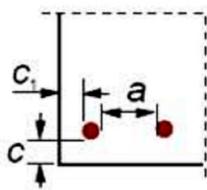
avec

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi \cdot \sigma_{sd}}{4 \cdot f_{bd}}$$

- les coefficients $\alpha_i \leq 1$, sont définis dans le **Tableau 8.2** de l'EC2 (pour prendre en compte la forme des barres, l'enrobage et le confinement des aciers)

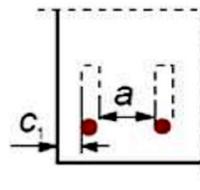
- EC2, 8.4.4(2), par simplification, on peut considérer :

$$l_{b,eq} = \alpha_1 l_{b,rqd} \quad \alpha_1 = 0,7 \text{ si } c_d > 3\phi; 1 \text{ sinon}$$



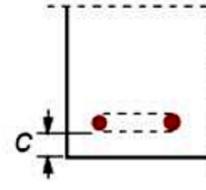
a) Barres droites

$$c_d = \min(a/2, c_1, c)$$



b) Barres terminées par un coude ou un crochet

$$c_d = \min(a/2, c_1)$$



c) Barres terminées par une boucle

$$c_d = c$$

Figure 8.3 : Valeurs de c_d pour les poutres et les dalles

Facteur d'influence	Type d'ancrage	Armature de béton armé	
		tendue	comprimée
Forme des barres	Droit	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Autre (voir Figure 8.1 b), c) et d))	$\alpha_1 = 0,7$ si $c_d > 3\phi$ sinon $\alpha_1 = 1,0$ (voir Figure 8.3 pour les valeurs de c_d)	$\alpha_1 = 1,0$
Enrobage	Droit	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Autre (voir Figure 8.1 b), c) et d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (voir Figure 8.3 pour les valeurs de c_d)	$\alpha_2 = 1,0$
Confinement par des armatures transversales non soudées aux armatures principales	Tous types	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Confinement par des armatures transversales soudées*	Tous types, positions et diamètres comme indiqué sur la Figure 8.1 e)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Confinement par compression transversale	Tous types	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	-

où :

$$\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s$$

ΣA_{st} aire de la section des armatures transversales le long de l_{bd} (longueur d'ancrage de calcul)

$\Sigma A_{st,min}$ aire de la section minimale d'armatures transversales

= 0,25 A_s pour les poutres et 0 pour les dalles

A_s aire de la section d'une barre ancrée individuelle de diamètre maximal

K valeurs apparaissant sur la Figure 8.4

p pression transversale à l'état-limite ultime le long de l_{bd} en MPa

* Voir également 8.6 : Dans le cas d'un appui direct, l_{bd} peut être inférieure à $l_{b,min}$ sous réserve qu'au moins un fil transversal soit soudé à l'intérieur de l'appui. Il convient que ce fil soit situé à 15 mm au moins du nu de celui-ci.

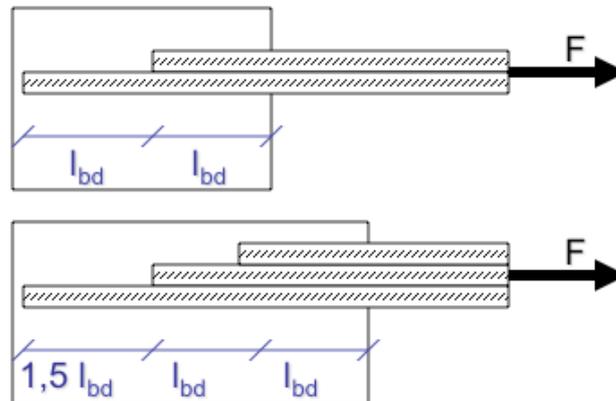
Longueur d'ancrage minimal :

$$l_{b,min} \geq \max(0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100mm)$$

III) Ancrage rectiligne d'un paquet de barres

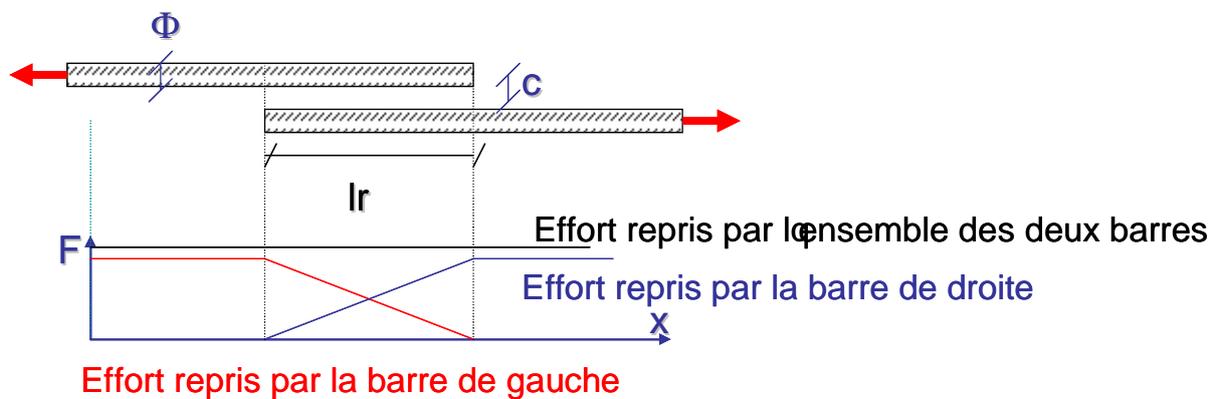
Une barre doit toujours être ancrée individuellement.

Disposition d'un paquet de 2 et 3 barres :



IV) Longueur de recouvrement

Dans certains cas, pour assurer la continuité de la transmission des efforts, il faut réaliser une jonction par recouvrement entre deux barres identiques sur une certaine longueur appelée "longueur de recouvrement" et notée l_r ou l_0 .



$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 l_{b,rqd} \geq l_{0,\min} \quad \text{avec : } l_{0,\min} = \max[0,3\alpha_6 \cdot l_{b,rqd}; 15\phi; 200\text{mm}]$$

Les valeurs de 1, 2, 3, 4 et 5 peuvent être prises dans le Tableau précédent; il convient toutefois, pour le calcul de 3, de prendre $A_{st,\min} = 1,0A_s$ (sd/fyd), avec A_s = aire de la section d'une des barres comportant un recouvrement.

$\alpha_6 = (\rho_1/25)^{0,5}$, limité à l'intervalle défini par les valeurs 1 et 1,5, avec ρ_1 , proportion de barres avec recouvrement dont l'axe se situe à moins de $0,65 l_0$ de l'axe du recouvrement considéré (voir Figure 8.8). Le Tableau 8.3 donne des valeurs de α_6 .

Tableau 8.3 : Valeurs du coefficient α_6

ρ_1	< 25%	33%	50%	>50%
α_6	1	1,15	1,4	1,5

Note : les valeurs intermédiaires peuvent être obtenues par interpolation.

V) Ancrage courbe

Si on exerce un effort de traction sur un élément de barre courbe scellé dans le béton, la courbure de la barre donne naissance à un effort de frottement, fonction de la courbure de la barre et du coefficient de frottement acier sur béton, pris égal à 0,4. Cet effet est connu sous le nom "d'effet de courroie".

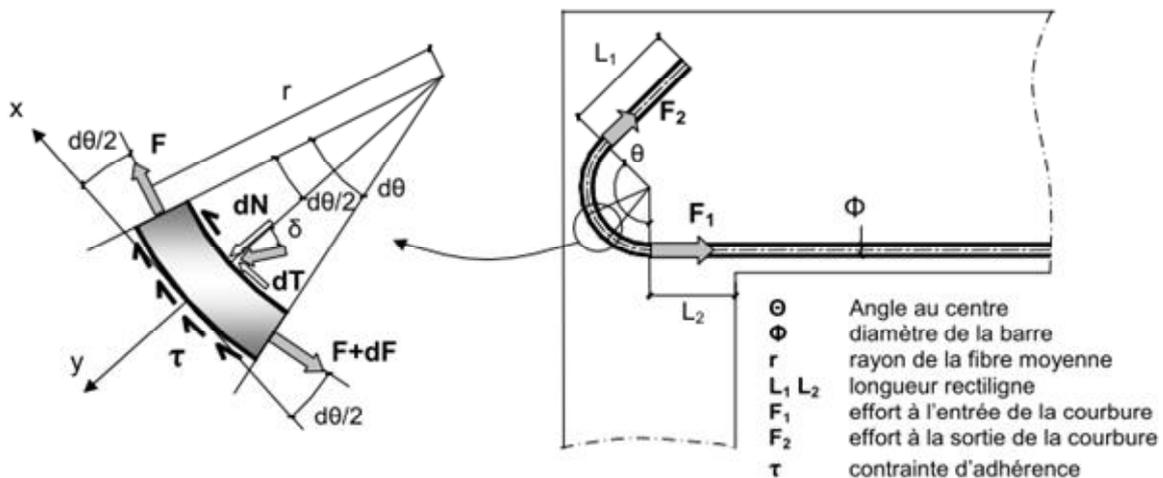


Figure 1 : Ancrage courbe

Rayons de courbures minimaux

Le rayon de courbure des ancrages courbes ne doit pas être inférieur à une valeur minimum pour deux raisons :

- ne pas avoir un allongement plastique trop important de la fibre la plus tendue de l'acier
- limiter la compression sur le béton dans la partie intérieure du crochet

On admet que les ancrages des extrémités de barres façonnées en cadres, étriers, épingles sont assurés par courbure suivant le rayon minimal :

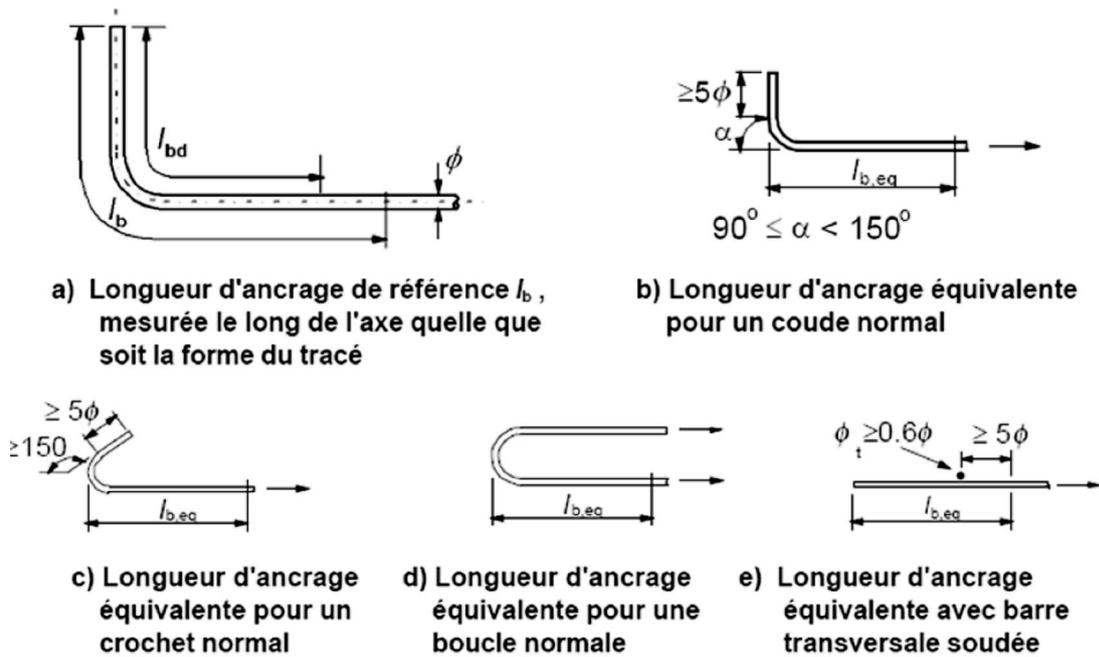
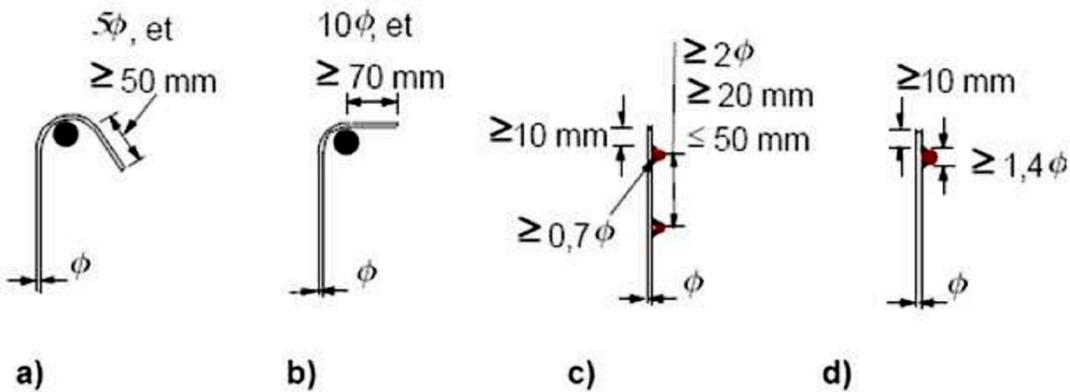


Figure 8.1 : Méthodes d'ancrage autres que le scellement droit



Note : Pour c) et d), il convient que l'enrobage ne soit ni inférieur à 3ϕ , ni à 50mm si cette valeur est plus faible.

Figure 8.5 : Ancrage des armatures transversales

Chapitre 3 : Dispositions constructives

I) Enrobage des armatures

L'enrobage c est la distance de l'axe d'une armature au parement le plus voisin, diminuée du rayon nominal de l'armature.

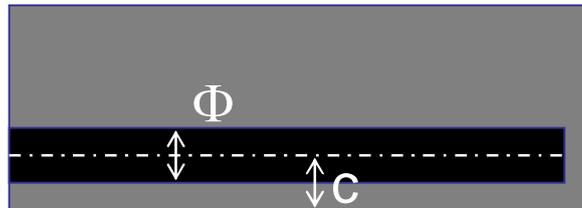


Figure 2 : enrobage des armatures

Enrobage nominal (EC2 ó Tableau 4.4.1) / durabilité du béton

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

c_{nom} : enrobage nominal à respecter

c_{min} : enrobage minimal

Δc_{dev} : tolérance d'exécution = **10 mm**

avec

$$\text{avec : } c_{min} = \max(c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,g} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm)$$

$c_{min,b}$: enrobage minimal requis vis-à-vis de l'adhérence

armature individuelle :

si $\phi \leq 32 \text{ mm}$: $c_{min,b} = \phi$

sinon $c_{min,b} = \phi + 5 \text{ mm}$

paquet : diamètre équivalent $\phi_n = \phi \sqrt{n_b} \leq 55 \text{ mm}$

$\Delta c_{dur,y}$: marge de sécurité (= 0 ; valeur recommandée par EC2 et AN)

$\Delta c_{dur,st}$: réduction de l'enrobage minimal dans le cas d'acier inoxydable (= 0 en général)

$\Delta c_{dur,add}$: réduction de l'enrobage minimal dans le cas de protection supplémentaire (= 0 en général)

$c_{min,dur}$: enrobage minimal requis vis-à-vis des conditions d'environnement (Tableau 4.4.N)

Exigence environnementale pour $c_{min,dur}$ (mm)							
Classe Structurale	Classe d'exposition selon Tableau 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

Classe structurale : permet de caractériser les **critères durabilité** de l'ouvrage.

Classe S4 : recommandée par l'EC2, bâtiments et génie civil courants (durabilité visée de 50 ans)

Définition de classes d'exposition (EC2 ó Tableau 4.1) / durabilité du béton

Désignation de la classe / aux conditions d'environnement :

Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition

1. Aucun risque de corrosion ni d'attaque (X0)
2. Corrosion induite par carbonatation (XC1, 2í)
3. Corrosion induite par les chlorures (XD1, 2í)
4. Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer (XS1, 2í)
5. Attaque gel/dégel (XF1, 2í)
6. Attaques chimiques (XA1, 2í)

Il faut aussi prendre en compte le fait que les distances d'enrobage sont le plus souvent obtenues par des cales dont l'épaisseur est généralement un nombre entier de cm.

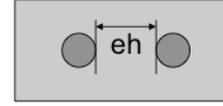
La distance libre entre deux armatures voisines doit être au moins égale à :

Espacements horizontal et vertical **entre barres** (EC2, 8.2) : e_h et e_v

$$e_h \text{ ou } e_v \geq \max(\phi_{\max}; d_g + 5 \text{ mm}; 20 \text{ mm})$$

ϕ_{\max} : diamètre des barres

d_g : dimension du plus gros granulats

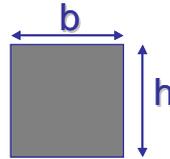


III) Pourcentages minimaux d'armatures

Dans toute poutre soumise à la flexion (simple ou composée) et comportant une zone tendue, les armatures longitudinales de traction doivent avoir une section au moins égale à

On peut se dispenser de cette vérification dans les sections sur appui des poutres continues si l'une des deux conditions suivantes est remplie :

- La section des armatures tendues en travée respecte la règle du millième et équilibre le moment relatif à la poutre supposée sur deux appuis simples
- La section des armatures tendues en travée, augmentée de la demi-somme des sections des armatures tendues sur appui vaut au moins $0,002 \cdot b \cdot h$



Poteaux

Armatures longitudinales :

Diamètre minimum : 8 mm

ferraillage minimum

$$A_s \geq A_{s,\min} = \max\left(0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}; 0,002 \cdot A_c\right)$$

ferraillage maximum

$$A_s \leq A_{s,\max} = \max\begin{cases} 0,04 \cdot A_c & \text{hors zone de recouvrement} \\ 0,08 \cdot A_c & \text{au droit des zones de recouvrement} \end{cases}$$

Armatures transversales :

diamètre minimal :

cadre et boucle : $\phi_t \geq \max(6 \text{ mm}; \phi_{t,\max} / 4)$

treillis $\phi_t = 5 \text{ mm}$

espacement des cadres en zone courante :

$$s_{t,\max} = \min(20 \cdot \phi; 40 \text{ cm}; b)$$

b : plus petite dimension du poteau

Flexion simple :

$$A_{s,\min} = \max \left[0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d; 0,0013 b_t d \right]$$

b_t : largeur moyenne de la zone tendue (pour une poutre en T dont la membrure supérieure est comprimée, seule la largeur de l'âme est prise en compte)

IV) Mise en place des armatures longitudinales

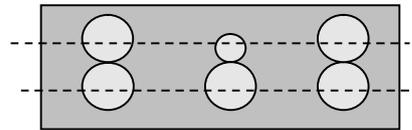
Une section d'armatures longitudinales peut être mise en place à l'aide de 1 ou 2 lits d'armatures individuelles ou de paquets d'armatures (moins courant pour les ouvrages classiques).

Diamètres utilisables :

Sections réalisées en un seul lit :



- Il est possible d'utiliser des barres de 2 diamètres différents
- Il est recommandé de n'utiliser que des diamètres qui ne diffèrent pas de plus de trois intervalles dans la liste des diamètres nominaux.



Sections réalisées en deux lits :

- Il est possible d'utiliser pour chaque lit des barres de 2 diamètres différents, pour l'ensemble de la section, trois diamètres peuvent être utilisés
- pour chaque lit, Il est recommandé de n'utiliser que des diamètres qui ne diffèrent pas de plus de trois intervalles dans la liste des diamètres nominaux ; globalement pour l'ensemble de la section, il est recommandé de ne pas dépasser cet écart maximal de trois intervalles.

diamètre (mm)	section (cm ²)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83
8	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,85	15,39
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11
20	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
25	4,91	9,82	14,73	19,64	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
32	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38	80,42
40	12,57	25,13	37,70	50,27	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10	125,66

Figure 3 : Section des armatures selon leur diamètre (norme EN 10080)

Disposition géométrique des armatures :

- **Symétrie :** une section d'armatures est obligatoirement symétrique par rapport à l'axe de symétrie de la section de béton
- **Second lit :** lorsqu'une section est réalisée en 2 lits, les armatures du second lit doivent être placées verticalement exactement au-dessus de celle du premier lit ; si elles sont en nombre inférieur à celles du premier lit, elles doivent être toujours placées de façon symétrique vers l'extérieur de la section (les vides sont au centre de la section)
- **Diamètres différents :** lorsqu'on se déplace de l'extérieur de la section vers l'intérieur, horizontalement ou verticalement, le diamètre des barres rencontrées ne peut augmenter : une barre ne peut être plus grosse que sa voisine du même lit située plus à l'extérieur, une barre du second lit ne peut pas être plus grosse que celle du premier lit sur laquelle elle repose.

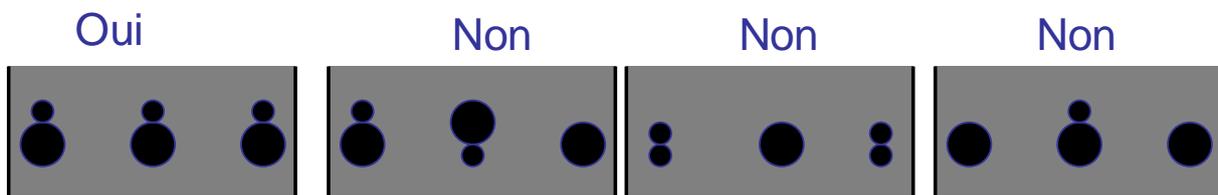


Figure 4 : Disposition d'armatures

Poteaux :

Recommandations professionnelles de la FFB

As : section totale des aciers situés à la distance d des parois, disposés en 2 lits symétriques pour une section rectangulaire ou en 6 barres réparties pour une section circulaire

Chapitre 4 : Flexion simple

Soit une poutre sollicitée en flexion simple plane ($M(x)$ et $V(x)$)

Les hypothèses retenues sont :

- Les sections droites restent planes (Bernouilli)
- La résistance en traction du béton est négligée
- Pas de glissement relatif entre acier et béton

I) Calcul à l'ELU

Hypothèse supplémentaire : Pour le dimensionnement des armatures en flexion simple à l'ELU, on suppose que le diagramme des déformations passe par l'un des pivots A ou B.

I.1) Diagramme des trois pivots

A l'ELU, on suppose que le diagramme des déformations dans la section passe par l'un des pivots (A ou B en flexion, C en compression).

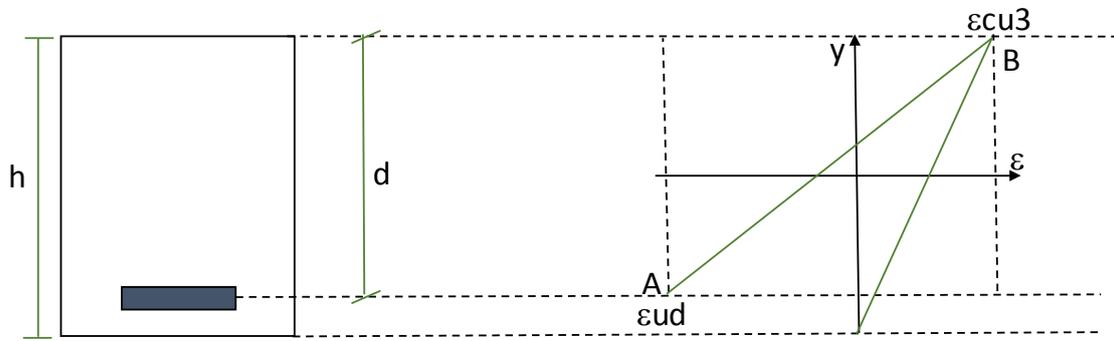


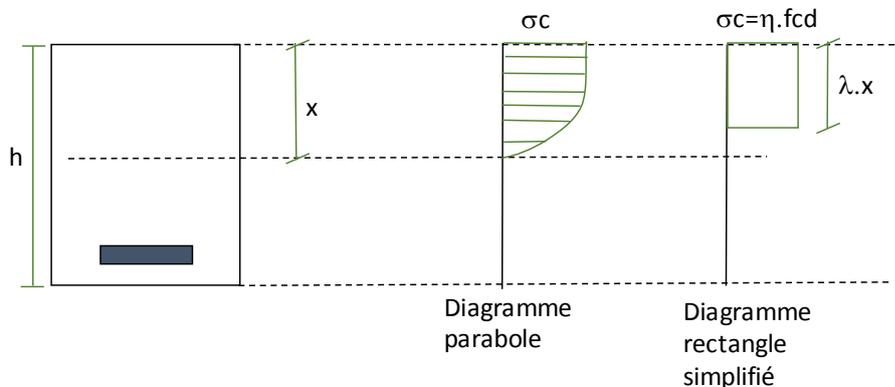
Figure 5 : Diagramme des déformations limites

On a :

- Pivot A : l'acier travaille à son maximum (allongement maximum autorisé) $\epsilon_s = \epsilon_{ud}$
- Pivot B : le béton travaille à son maximum : $\epsilon_s = \epsilon_{cu3}$
- Pivot C : toute la section est comprimée : $\epsilon_s = \epsilon_{c3}$

I.2) Comportement du béton

On peut substituer au diagramme parabole, un diagramme rectangulaire simplifié lorsque la section n'est pas totalement comprimée.



Pour $f_{ck} \leq 50$ MPa : $\lambda = 0,8$ et $\eta = 1$.

Pour d'autres valeurs de f_{ck} , il faut utiliser les formules données dans l'EC2.

La valeur de x qui correspond à la position de l'axe neutre sera un élément central dans le calcul. Son calcul constituera un point majeur du dimensionnement de la poutre.

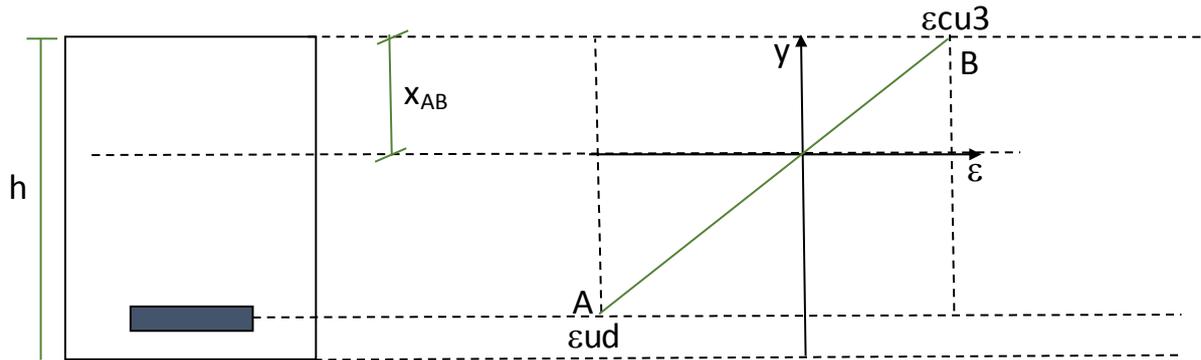
II) Calcul des aciers à l'ELU pour les poutres rectangulaires

Soit une poutre de section rectangulaire de largeur b et de hauteur h soumise à la flexion simple.

II.1) Détermination du pivot et de la nécessité d'aciers comprimés

Principe : on compare notre poutre à deux cas limites.

Cas limite 1 : Pivot AB

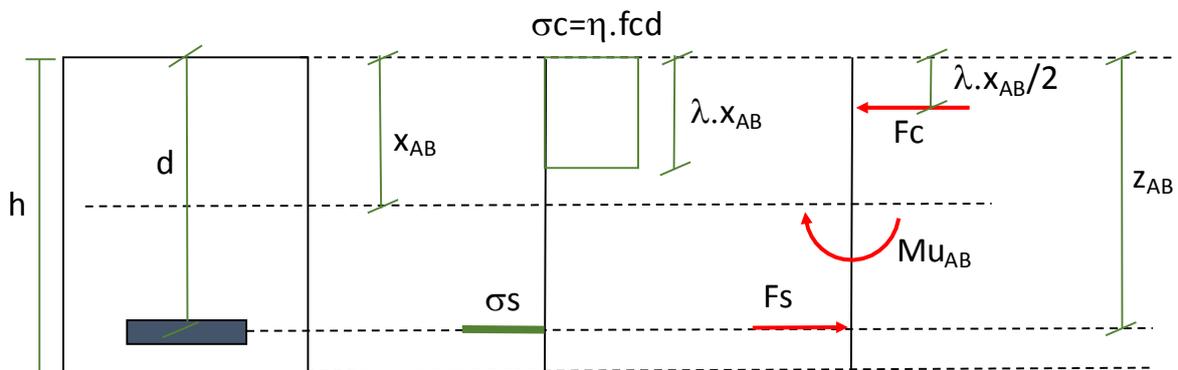


D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{x_{AB}}{\varepsilon_{cu3}} = \frac{d - x_{AB}}{\varepsilon_{ud}} \Rightarrow \frac{x_{AB}}{d} = \left(1 - \frac{x_{AB}}{d}\right) \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{ud}}$$

$$\text{On pose } \alpha = \frac{x}{d} \Rightarrow \alpha_{AB} = \left(1 - \alpha_{AB}\right) \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{ud}} \Rightarrow \alpha_{AB} = \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{ud}}$$

On peut exprimer F_c et F_s respectivement les forces induites par les contraintes dans le béton et les aciers.



$$F_c = \sigma_c \cdot (\lambda \cdot x_{AB}) \cdot b = \lambda \cdot f_{cd} \cdot x_{AB} \cdot b$$

$$F_s = \sigma_s \cdot A_s$$

On peut appliquer le PFS sur notre section au niveau des aciers tendus (permet de réduire le moment dû à la contrainte dans les aciers).

$$\sum F_i = 0 \quad \Rightarrow \quad F_c = F_s$$

$$\sum M_i / A_s = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{u_{AB}} = F_c \cdot Z_{AB} = (\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x_{AB}) \cdot (d - \frac{\lambda}{2} \cdot x_{AB})$$

On pose $\mu = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{cd}}$ Le moment réduit.

$$\mu_{AB} = \frac{M_{AB}}{b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{cd}} = (1 - \frac{\lambda}{2} \cdot \alpha_{AB}) \cdot \lambda \cdot \alpha_{AB}$$

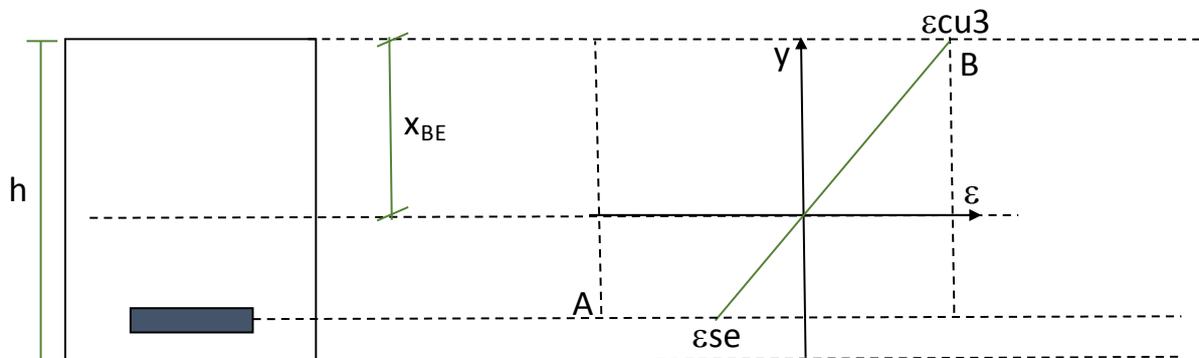
Pour déterminer à quel pivot on se trouve, il suffit de comparer M_u , x ou α à respectivement $M_{u_{AB}}$, x_{AB} ou α_{AB} .

On a trois cas :

- Si $M_u < M_{u_{AB}}$ ou si $\alpha < \alpha_{AB}$ ou si $\mu < \mu_{AB}$: pivot A
- Si $M_u = M_{u_{AB}}$ ou si $\alpha = \alpha_{AB}$ ou si $\mu = \mu_{AB}$: pivot A&B
- Si $M_u > M_{u_{AB}}$ ou si $\alpha > \alpha_{AB}$ ou si $\mu > \mu_{AB}$: pivot B

Cas limite 2 : Aciers comprimés

Le béton travaille à son maximum et les aciers à la limite élastique



Comme pour le cas limite 1, on peut calculer α_{BE} à partir de Thalès :

$$\alpha_{BE} = \frac{\varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{se}}$$

ε_{se} (limite élastique de l'acier) peut se déterminer à partir de la valeur de f_{yd} et du module de Young de l'acier E_s (E_s est pris égal à 200 000 MPa dans l'EC2).

$$\varepsilon_{se} = \frac{fyd}{Es}$$

On a aussi :

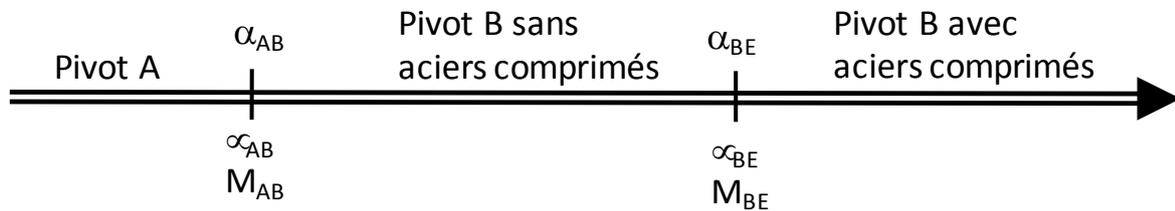
$$Mu_{BE} = Fc \cdot Z_{BE} = (\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot fcd \cdot x_{BE}) \cdot (d - \frac{\lambda}{2} \cdot x_{BE})$$

$$\mu_{BE} = \frac{M_{BE}}{b \cdot d^2 \cdot \eta \cdot fcd} = (1 - \frac{\lambda}{2} \cdot \alpha_{BE}) \cdot \lambda \cdot \alpha_{BE}$$

On a deux cas :

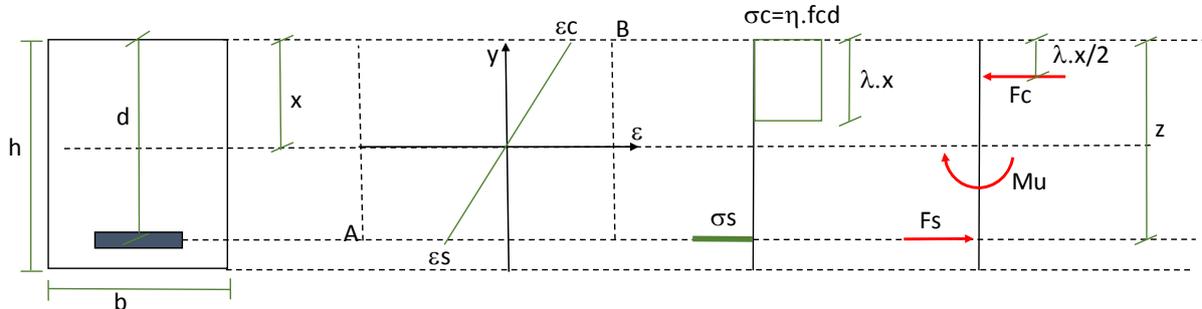
- Si $M_u \leq M_{uBE}$ ou si $\alpha \leq \alpha_{BE}$ ou si $\mu \leq \mu_{BE}$: Pas besoin d'aciers comprimés
- Si $M_u > M_{uBE}$ ou si $\alpha > \alpha_{BE}$ ou si $\mu > \mu_{BE}$: Nécessité d'aciers comprimés

Pour résumer :



II.2) Calcul d'une section à l'ELU

Soit une poutre de section rectangulaire en flexion simple à l'ELU



On applique le PFS au niveau des aciers :

$$\sum F_i = 0 \Rightarrow F_c = F_s$$

$$\sum M_i / A_s = 0 \Rightarrow M_u = F_c \cdot Z = (\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot fcd \cdot x) \cdot (d - \frac{\lambda}{2} \cdot x)$$

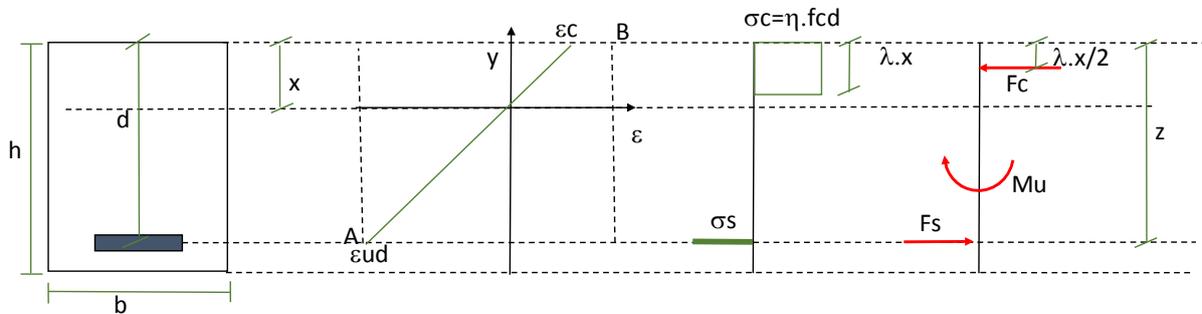
$$\Rightarrow \frac{\lambda}{2} x^2 - d \cdot x + \frac{M_u}{\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot fcd} = 0$$

Equation du second degré en x (il est aussi possible de l'exprimer en α). On peut ainsi calculer x (ou α) et ainsi déterminer la configuration (pivot, acier comprimé) en comparant cette valeur par rapport à x_{AB} et x_{BE} .



Si Pivot A :

Les aciers travaillent à leur limite : $\epsilon_s = \epsilon_{ud}$

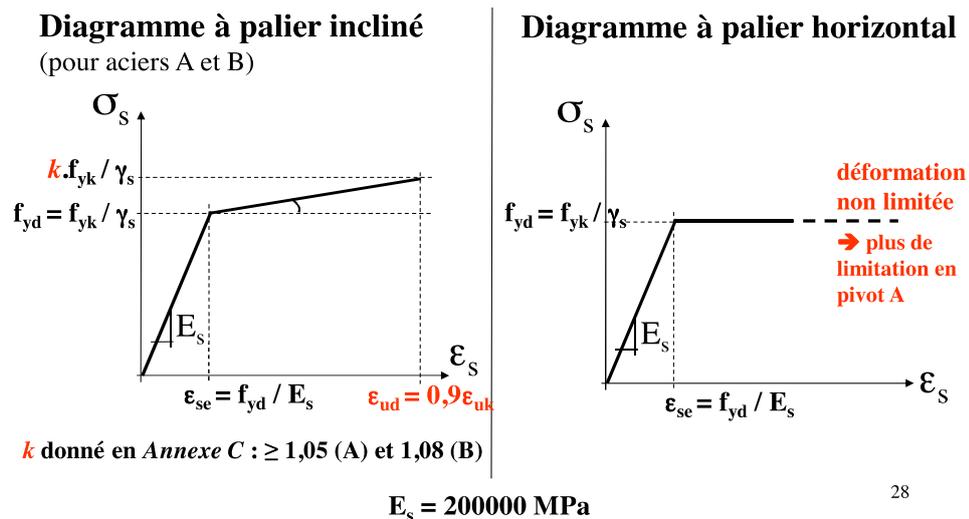


On peut calculer par Thalès la déformation dans le béton :

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_{ud}}{d-x} \Rightarrow \epsilon_c = \frac{\epsilon_{ud} \cdot x}{d-x}$$

- si $\epsilon_c < \epsilon_{c3}$: le béton travaille mal (pas assez), il est recommandé de redimensionner (diminuer) la section.
- si $\epsilon_c > \epsilon_{c3}$: solution admissible ; on peut continuer

On peut alors calculer la contrainte dans les aciers en fonction du type de ceux-ci :



Si palier horizontal :

Pas de limitation au pivot A

- on calcule la section d'aciers uniquement au pivot B

Si palier incliné :

$$\sigma_s = \frac{k \cdot f_{yk}}{\gamma_s}$$

Par ailleurs on peut calculer les deux actions en jeu :

$$F_c = (\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x)$$

$$F_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot \frac{k \cdot f_{yk}}{\gamma_s}$$

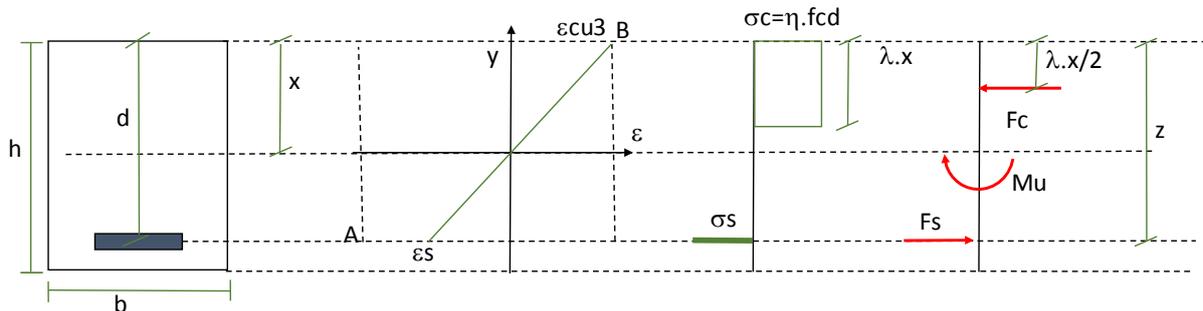
D'après le PFS :

$$\sum F_i = 0 \Rightarrow F_c = F_s \Rightarrow A_s \cdot \frac{k \cdot f_{yk}}{\gamma_s} = (\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x)$$

$$\Rightarrow A_s = (\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x) \frac{\gamma_s}{k \cdot f_{yk}}$$

Si Pivot B sans aciers comprimés :

Le béton travaille à sa limite : $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu3}$



D'après le PFS :

$$\sum F_i = 0 \Rightarrow F_c = F_s \Rightarrow A_s \cdot \sigma_s = (\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x)$$

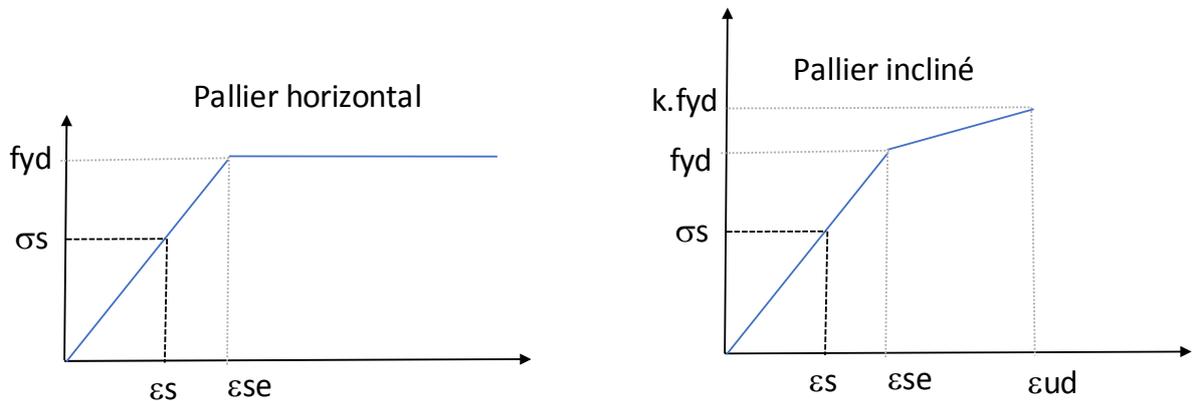
$$\Rightarrow A_s = \frac{\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x}{\sigma_s}$$

Détermination de σ_s :

On commence par calculer ε_s en utilisant Thalès.

$$\frac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu3}(d - x)}{x}$$

On peut déterminer σ_s à partir des diagramme contrainte déformation de l'acier (horizontal ou incliné)



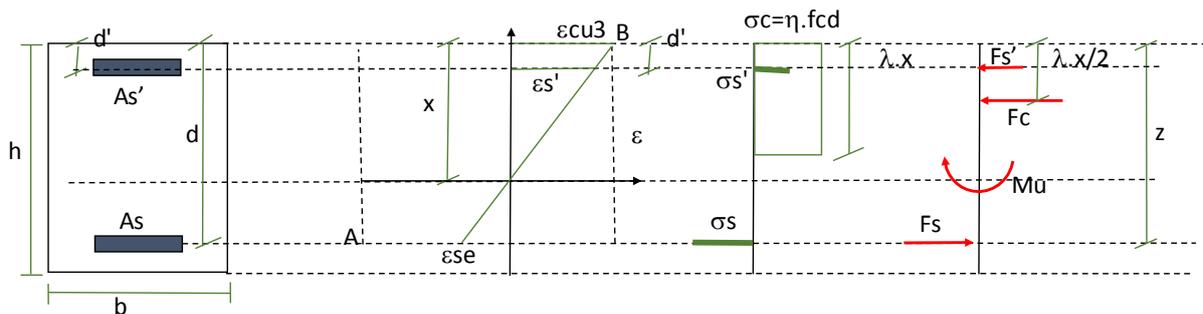
Une fois que l'on a déterminé σ_s , on peut calculer A_s avec la formule précédemment donnée :

$$A_s = \frac{\lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x}{\sigma_s}$$

Si Pivot B avec aciers comprimés :

Le béton travaille à son maximum et les aciers tendus à leur limite élastique. Cette configuration est retenue car c'est celle qui permet, si des aciers comprimés sont nécessaires (c'est à dire lorsque le béton seul ne peut pas reprendre les efforts de compression), de minimiser la quantité totale d'aciers (tendus + comprimés).

On note $A_{s'}$ la section d'aciers comprimés et d' la distance entre la fibre supérieure et l'axe des aciers comprimés.



Comme $x = x_{BE}$, on a

$$x = \frac{d \cdot \varepsilon_{cu3}}{\varepsilon_{cu3} + \varepsilon_{se}}$$

D'après le PFS :

$$\sum M_i / A_s = 0 \Rightarrow F_{s'}(d - d') + F_c \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right) = M_u$$

$$\Rightarrow F_{s'} = \frac{M_u - F_c \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right)}{(d - d')}$$

or $F_c = \lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x$

$$\Rightarrow F_{s'} = \frac{M_u - \lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right)}{(d - d')}$$

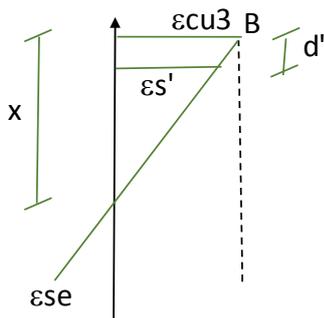
Or $F_{s'} = A_{s'} \sigma_{s'}$

Donc :

$$A_{s'} = \frac{F_{s'}}{\sigma_{s'}}$$

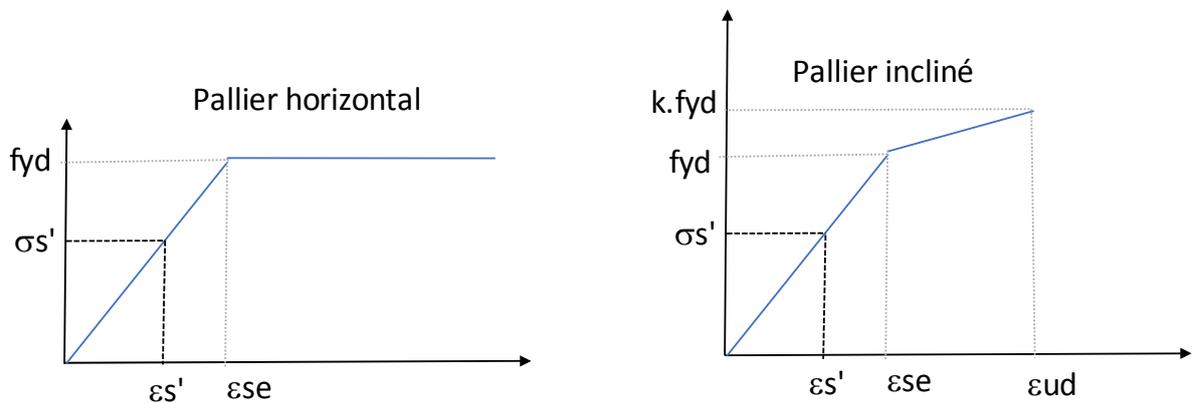
Détermination de $\sigma_{s'}$:

On détermine $\varepsilon_{s'}$ par Thalès



$$\frac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \frac{\varepsilon_{s'}}{x - d'} \Rightarrow \varepsilon_{s'} = \frac{\varepsilon_{cu3}(x - d')}{x}$$

On détermine $\sigma_{s'}$ alors par le diagramme contrainte déformation de l'acier :



Grace à $F_{s'}$ et $\sigma_{s'}$ on peut calculer la section d'acier comprimée minimale nécessaire $A_{s'}$

Il faut alors déterminer A_s :

On utilise le PFS :

$$\sum F_i = 0 \quad \Rightarrow \quad F_s = F_c + F_{s'}$$

$$\text{or } \left\{ \begin{array}{l} F_c = \lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x \\ F_{s'} = \frac{M_u - \lambda \cdot b \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)}{(d - d')} \\ F_s = A_s \cdot \sigma_s \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad A_s = \frac{F_c + F_{s'}}{\sigma_s}$$

Pour déterminer σ_s et ainsi calculer A_s , on utilise le diagramme contrainte /déformation de l'acier. Evidemment, σ_s et σ_{s0} peuvent avoir des valeurs différentes, il faut donc suivre la procédure suivante :

- 1) calculer ε_s
- 2) déterminer σ_s
- 3) calculer A_s

Pour calculer ε_s , on passe par Thalès (même cas qu'au pivot B sans aciers comprimés) et on a ainsi :

$$\frac{\varepsilon_{cu3}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu3}(d - x)}{x}$$

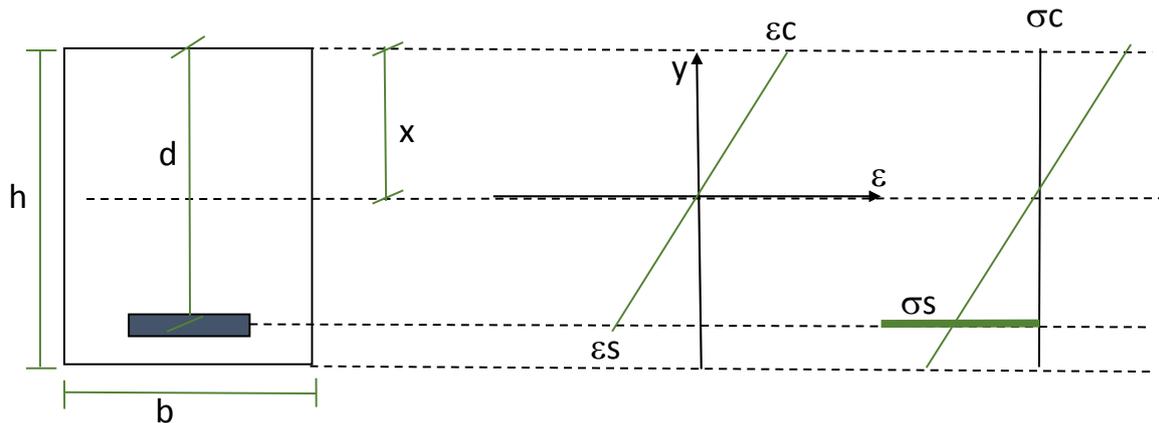
σ_s et A_s s'obtiennent comme vu précédemment.

III) Calcul des aciers à l'ELS pour les poutres rectangulaires

Après avoir calculer la section d'acier nécessaire à l'ELU, on vérifie que celle-ci est aussi admissible à l'ELS. On va pour cela procéder à différentes vérifications. Mais on pose préalablement une nouvelle hypothèse :

Hypothèse supplémentaire à l'ELS :

Les matériaux travaillent dans leur domaine élastique : il y a donc proportionnalité entre la contrainte et la déformation, avec E_s et E_c les coefficients de proportionnalité (loi de Hooke).



Il y a à l'ELS 4 vérifications à faire :

- 1) Limitation de la contrainte de compression du béton
- 2) Limite de la contrainte dans les aciers
- 3) Maîtrise de la fissuration
- 4) Vérification de la flèche

Les valeurs limites dépendent de la classe d'exposition de l'ouvrage. Plus l'ouvrage est exposé à un environnement agressif, plus les vérifications seront contraignantes. Les valeurs à respecter sont données dans l'EC2. Par exemple :

- 1) $\sigma_c < \sigma_{clim} = 0,6 f_{ck}$ pour les classes XD, XF et XS
- 2) $\sigma_s < \sigma_{slim} = 0,8 f_{yk}$
- 3) $w < w_{max}$ pour XC2, XC3, XC4, XD, XF et XS
- 4) $f < f_{max}$

III.1) Vérification des contraintes

Pour vérifier les contraintes dans le béton et dans les aciers, on partira des aciers dimensionnés à l'ELU. On va de plus travailler sur une section homogénéisée. Pour cela on pose un coefficient d'équivalence acier/béton (noté α_e), défini comme le rapport des modules d'Young des deux matériaux :

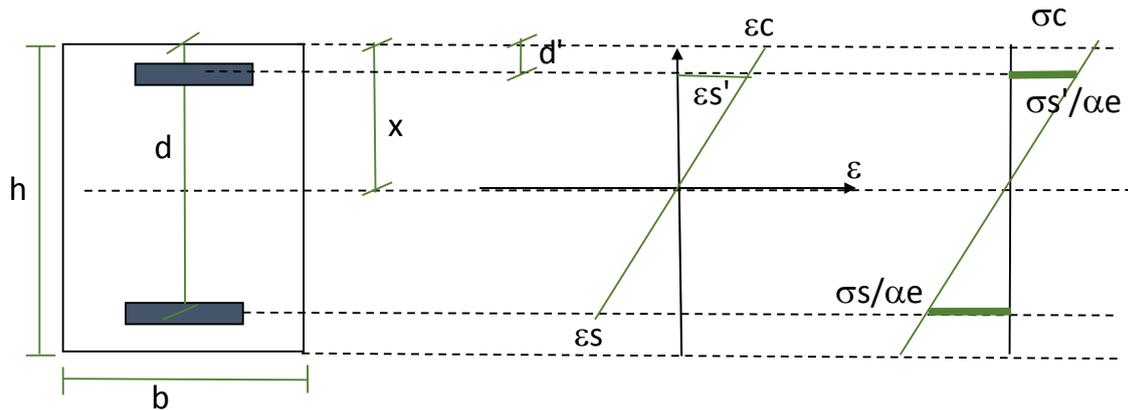
$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$$

Dans l'EC2, on prend $E_s=200\ 000$ MPa. La valeur de E_c dépend du type de béton.

A défaut, on prend comme valeur de α_e :

- Béton ordinaire : $\alpha_e=15$
- Béton haute performance (BHP) : $\alpha_e=9$

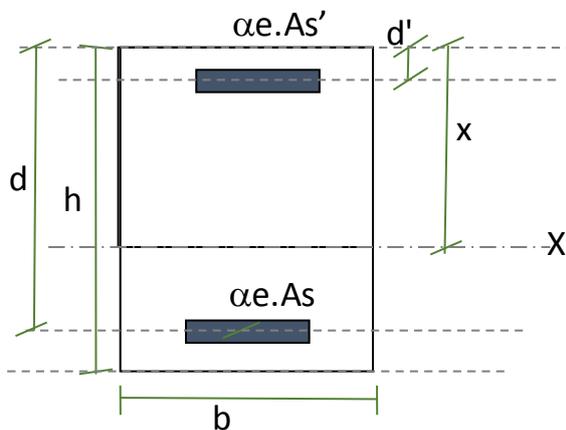
Dans la section homogénéisée, on a donc :



La position de l'axe neutre (valeur de x) ne sera pas la même qu'à l'ELU, il faut donc la redéfinir à l'ELS.

Détermination de la position de l'axe neutre :

On utilise l'équilibre des moments statiques dans la section homogénéisée :



Pour le béton, on ne considère que la partie comprimée (hachurée) ; celle tendue est considérée comme ne participant pas à l'équilibre.

$\sum S/x = 0$ Lorsque X passe par le centre de gravité de la section (homogénéisée)

$$\Rightarrow S_{\text{béton}}/X + S_{As}/X + S_{As'}/X = 0$$

$$\Rightarrow -b \frac{x^2}{2} - \alpha e \cdot As' \cdot (x - d') + \alpha e \cdot As \cdot (d - x) = 0$$

$$\Rightarrow b \frac{x^2}{2} + \alpha e \cdot (As' + As) \cdot x - \alpha e (d' \cdot As' + d \cdot As) = 0$$

Equation du second degré en x : on peut donc calculer x, c'est à dire la position de l'axe neutre.

Calcul du moment d'inertie :

Afin de calculer les contraintes dans les matériaux, il sera nécessaire de déterminer la valeur du moment d'inertie de la section homogénéisée au niveau du centre de gravité de cette section. On peut négliger le moment d'inertie des aciers par rapport à leur propre centre de gravité.

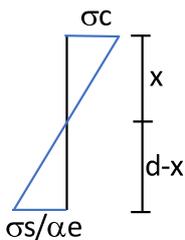
$$\begin{aligned} I/X &= I_{AS}/X + I_{AS'}/X + I_{\text{béton}}/X \\ &= I_{AS}/AS + \alpha e \cdot As \cdot (d - x)^2 + I_{AS'}/X + \alpha e \cdot As' \cdot (x - d')^2 + I_{\text{béton}}/X \\ &= \alpha e \cdot As \cdot (d - x)^2 + \alpha e \cdot As' \cdot (x - d')^2 + \frac{b \cdot x^3}{3} \end{aligned}$$

Calcul des contraintes :

On est dans le domaine élastique : on peut utiliser les relations de la RdM pour calculer les contraintes. Au niveau du béton (en y=x) on a donc :

$$\sigma_c = \frac{Ms}{I/X} \cdot x$$

Au niveau des aciers :



D'après Thalès :

$$\frac{\sigma_s}{\alpha e \cdot (d - x)} = \frac{\sigma_c}{x}$$

$$\sigma_s = \alpha e \cdot (d - x) \cdot \frac{\sigma_c}{x}$$

$$\sigma_s = \alpha e \cdot (d - x) \cdot \frac{Ms}{I/X}$$

Vérification des contraintes limites :

On peut comparer les valeurs des contraintes dans le béton et les aciers avec les valeurs limites. Les valeurs limites dépendent de la classe d'exposition ; les valeurs sont données dans l'EC2. Des valeurs classiques des contraintes limites sont :

$$\bar{\sigma}_c = 0,6 \cdot f_{ck}$$

$$\bar{\sigma}_s = 0,8 \cdot f_{yk}$$

On a trois cas :

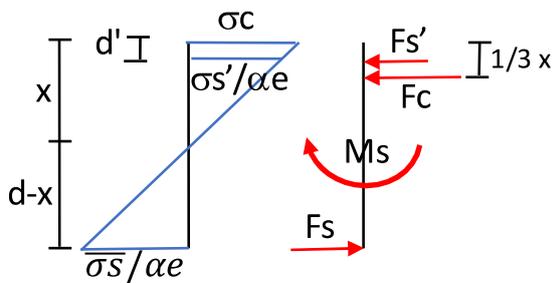
si $\sigma_c < \bar{\sigma}_c$ et $\sigma_s < \bar{\sigma}_s$: ok, l'ELS est vérifié

si $\sigma_c < \bar{\sigma}_c$ et $\sigma_s > \bar{\sigma}_s$: Il faut redimensionner les aciers tendus

si $\sigma_c > \bar{\sigma}_c$: il faut redimensionner les aciers comprimés ou la section de béton

Redimensionnement des aciers tendus :

On se place à la limite pour la contrainte dans les aciers et on doit calculer à quelle section d'acier cela correspond.



D'après le PFS :

$$\sum M_i / A_s = 0 \Rightarrow M_s = F_c \cdot \left(d - \frac{1}{3} x \right) + F_{s'} \cdot (d - d')$$

$$\Rightarrow M_s = F_c \cdot \left(d - \frac{1}{3} x \right) + F_{s'} \cdot (d - d')$$

Or $F_{s'} = A_{s'} \cdot \sigma_{s'}$

D'après Thalès : $\frac{\sigma_{s'}}{\alpha_e \cdot (x - d')} = \frac{\bar{\sigma}_s}{\alpha_e \cdot (d - x)}$

$$\sigma_{s'} = \frac{\bar{\sigma}_s \cdot \alpha_e \cdot (x - d')}{\alpha_e \cdot (d - x)}$$

$$\sigma_{s'} = \frac{\bar{\sigma}_s \cdot (x - d')}{(d - x)}$$

$$F_c = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \sigma_c$$

$$\frac{\sigma_c}{x} = \frac{\bar{\sigma}_c}{\alpha_e \cdot (d - x)}$$

$$\sigma_c = x \cdot \frac{\bar{\sigma}_c}{\alpha_e \cdot (d - x)}$$

$$\Rightarrow M_s = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \sigma_c \cdot \left(d - \frac{1}{3} x \right) + A_{s'} \cdot \sigma_{s'} \cdot (d - d')$$

$$M_s = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot x \cdot \frac{\bar{\sigma}_c}{\alpha_e \cdot (d - x)} \cdot \left(d - \frac{1}{3} x \right) + A_{s'} \cdot \frac{\bar{\sigma}_s \cdot (x - d')}{(d - x)} \cdot (d - d')$$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{b \cdot \bar{\sigma}_c}{\alpha_e} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot d \cdot \bar{\sigma}_c}{\alpha_e} \cdot x^2 - (M_s + A_{s'} \cdot \bar{\sigma}_s \cdot (d - d')) \cdot x + M_s \cdot d + A_{s'} \cdot \bar{\sigma}_s \cdot d' \cdot (d - d') = 0$$

Equation du 3^{ème} degré en x. En la résolvant, on peut déterminer la valeur de x.

Il faut vérifier que cette nouvelle valeur de x permet de vérifier encore les limites de contrainte au niveau du béton :

$$\sigma_c = x \cdot \frac{\bar{\sigma}_s}{\alpha e \cdot (d - x)} \leq \bar{\sigma}_c$$

Si cette condition n'est pas respectée, il faut redimensionner les aciers comprimés ou la section de béton (voir cas suivant). Si elle est vérifiée, on peut calculer les aciers correspondants :

$$\begin{aligned} \sum F_i &= 0 \quad \Rightarrow \quad F_s = F_c + F_{s'} \\ F_s &= \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \bar{\sigma}_c + A_{s'} \cdot \sigma_{s'} \\ F_s &= \frac{1}{2} \frac{b \cdot x^2 \cdot \bar{\sigma}_c}{\alpha e \cdot (d - x)} + A_{s'} \frac{\bar{\sigma}_s \cdot (x - d')}{d - x} \\ \text{or} \quad F_s &= A_s \cdot \bar{\sigma}_s \quad \Rightarrow \quad A_s = \frac{F_s}{\bar{\sigma}_s} \\ \Rightarrow \quad A_s &= \frac{1}{2} \frac{b \cdot x^2}{\alpha e \cdot (d - x)} + A_{s'} \frac{(x - d')}{d - x} \end{aligned}$$

Contrainte dans le béton supérieures à la contrainte limite :

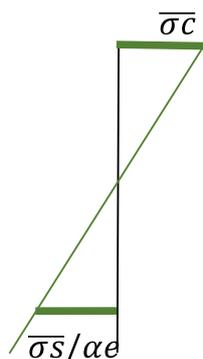
Si la contrainte dans le béton dépasse la valeur limite admissible, il y a deux possibilités : augmenter les aciers comprimés ou redimensionner la section de béton (augmenter la hauteur ou la largeur).

Redimensionnement de la section de béton

On se place dans le cas où le béton et les aciers travaillent à leur maximum :

$$\sigma_c = \bar{\sigma}_c \quad \text{et} \quad \sigma_s = \bar{\sigma}_s$$

On peut calculer la valeur de x grâce à Thalès



$$\frac{x}{\bar{\sigma}_c} = \frac{d - x}{\bar{\sigma}_s / \alpha e}$$

$$x \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_c} + \frac{\alpha e}{\bar{\sigma}_s} \right) = \frac{d \cdot \alpha e}{\bar{\sigma}_s}$$

$$x = \frac{d \cdot \alpha e}{\frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_c} + \alpha e}$$

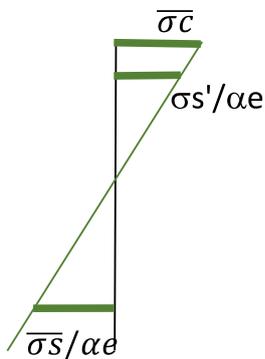
D'après le PFS :

$$\begin{aligned} \sum F_i = 0 \quad \Rightarrow \quad & F_c = F_s \\ & A_s \cdot \bar{\sigma}_s = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \bar{\sigma}_c \\ & A_s = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}_s} \end{aligned} \quad \sum M_i / A_s = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_s &= F_c \cdot \left(d - \frac{1}{3}x\right) \\ M_s &= \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \bar{\sigma}_c \cdot \left(d - \frac{1}{3}x\right) \\ b &= \frac{2 \cdot M_s}{x \cdot \bar{\sigma}_c \cdot \left(d - \frac{1}{3}x\right)} \end{aligned}$$

Redimensionnement des aciers comprimés

On se place dans le cas où le béton et les aciers travaillent à leur maximum :

$$\sigma_c = \bar{\sigma}_c \quad \text{et} \quad \sigma_s = \bar{\sigma}_s$$



$$\frac{x}{\bar{\sigma}_c} = \frac{d - x}{\bar{\sigma}_s / \alpha_e}$$

$$x \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_c} + \frac{\alpha_e}{\bar{\sigma}_s} \right) = \frac{d \cdot \alpha_e}{\bar{\sigma}_s}$$

$$x = \frac{d \cdot \alpha_e}{\frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_c} + \alpha_e}$$

D'après le PFS :

$$\begin{aligned} \sum M_i / A_s = 0 \quad \Rightarrow \quad & M_s = F_c \cdot \left(d - \frac{1}{3}x\right) + F_{s'} \cdot (d - d') \\ & M_s = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \bar{\sigma}_c \cdot \left(d - \frac{1}{3}x\right) + A_{s'} \cdot \sigma_{s'} \cdot (d - d') \end{aligned}$$

On peut déterminer $\sigma_{s'}$ à partir de Thalès :

$$\frac{\sigma_{s'} / \alpha_e}{x - d'} = \frac{\bar{\sigma}_s}{x} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{s'} = \frac{\bar{\sigma}_c (x - d') \cdot \alpha_e}{x}$$

Donc on a :

$$M_s = \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \bar{\sigma}_c \cdot \left(d - \frac{1}{3}x\right) + A_{s'} \cdot \frac{\bar{\sigma}_c (x - d') \cdot \alpha_e}{x} \cdot (d - d')$$

$$\Rightarrow A_{s'} = \frac{M_s - \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \bar{\sigma}_c \cdot \left(d - \frac{1}{3}x\right)}{\bar{\sigma}_c (x - d') \cdot (d - d') \cdot \alpha_e} \cdot x$$

D'après le PFS :

$$\sum F_i = 0 \quad \Rightarrow \quad F_c + F_{s'} = F_s = A_s \cdot \bar{\sigma}_s$$

$$A_s = A_{s'} \cdot \frac{\bar{\sigma}_c \cdot (x - d')}{\sigma_s \cdot x \cdot \alpha_e} + \frac{1}{2} b \cdot x \cdot \frac{\bar{\sigma}_c}{\sigma_s}$$

III.2) Maitrise de la fissuration

Il y a deux vérifications à faire concernant la fissuration :

$A_s > A_{smin}$ et $w < w_{max}$

Aciers minimums (A_{smin}) :

$$A_{s,min} \sigma_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} \quad (7.1)$$

où :

$A_{s,min}$ est la section minimale d'armatures de béton armé dans la zone tendue
 A_{ct} est l'aire de la section droite de béton tendu. La zone de béton tendue est la partie de la section dont le calcul montre qu'elle est tendue juste avant la formation de la première fissure

σ_s est la valeur absolue de la contrainte maximale admise dans l'armature immédiatement après la formation de la fissure. Elle peut être prise égale à la limite d'élasticité, f_{yk} , de l'armature. Une valeur inférieure peut toutefois être adoptée afin de satisfaire les limites d'ouverture de fissures en fonction du diamètre maximal ou de l'espacement maximal des barres (voir 7.3.3 (2))

$f_{ct,eff}$ est la valeur moyenne de la résistance en traction du béton au moment où les premières fissures sont supposées apparaître :
 $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ toutefois on peut adopter une valeur inférieure, ($f_{ctm}(t)$), si l'on prévoit que la fissuration se produira avant 28 jours

k est un coefficient qui tient compte de l'effet des contraintes non-uniformes auto-équilibrées conduisant à une réduction des efforts dus aux déformations gênées :
 $= 1,0$ pour les âmes telles que $h \leq 300$ mm ou les membrures d'une largeur inférieure à 300 mm
 $= 0,65$ pour les âmes telles que $h \geq 800$ mm ou les membrures d'une largeur supérieure à 800 mm

les valeurs intermédiaires peuvent être obtenues par interpolation
 k_c est un coefficient qui tient compte de la répartition des contraintes dans la section immédiatement avant la fissuration ainsi que de la modification du bras de levier :

En traction pure :

$$k_c = 1,0$$

En flexion simple ou en flexion composée :

- sections rectangulaires et âmes des caissons et des sections en T :

$$k_c = 0,4 \cdot \left[1 - \frac{\sigma_c}{k_1 (h/h') f_{ct,eff}} \right] \leq 1 \quad (7.2)$$

- membrures des caissons et des sections en T :

$$k_c = 0,9 \frac{F_{ct}}{A_{ct} f_{ct,eff}} \geq 0,5 \quad (7.3)$$

avec

σ_c contrainte moyenne dans le béton régnant dans la partie de la section considérée :

$$\sigma_c = \frac{N_{Ed}}{bh} \quad (7.4)$$

N_{Ed} effort normal agissant à l'état-limite de service dans la partie de la section considérée (positif pour un effort de compression). Il convient de déterminer N_{Ed} en considérant les valeurs caractéristiques de la précontrainte et de l'effort normal sous la combinaison d'actions appropriée

h^* $h^* = h$ pour $h < 1,0$ m
 $h^* = 1,0$ m pour $h \geq 1,0$ m

k_1 est un coefficient qui prend en compte les effets de l'effort normal sur la répartition des contraintes :

$k_1 = 1,5$ si N_{Ed} est un effort de compression

$k_1 = \frac{2h^*}{3h}$ si N_{Ed} est un effort de traction

F_{cr} est la valeur absolue de l'effort de traction dans la membrure juste avant la fissuration, du fait du moment de fissuration calculé avec $f_{ct,eff}$.

Ouverture de fissure (w_{max}) :

Il faut s'assurer que l'ouverture des fissures (w_k) est inférieure à une valeur limite w_{max} .

Tableau 7.1N : Valeurs recommandées de w_{max} (mm)

Classe d'exposition	Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint à armatures non adhérentes	Éléments en béton précontraint à armatures adhérentes
	Combinaison quasi-permanente des charges	Combinaison fréquente des charges
X0, XC1	0,4 ¹	0,2
XC2, XC3, XC4	0,3	0,2 ²
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Décompression
<p>Note 1 : Pour les classes d'exposition X0 et XC1, l'ouverture des fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour garantir un aspect acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte.</p> <p>Note 2 : Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.</p>		

Calcul de l'ouverture des fissures w_k :

(1) L'ouverture des fissures, w_k , peut être calculée au moyen de l'expression :

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (7.8)$$

où

$s_{r,max}$ est l'espacement maximal des fissures

ϵ_{sm} est la déformation moyenne de l'armature de béton armé sous la combinaison de charges considérée, incluant l'effet des déformations imposées et en tenant compte de la participation du béton tendu. Seul est pris en compte l'allongement relatif au-delà de l'état correspondant à l'absence de déformation du béton au même niveau

ϵ_{cm} est la déformation moyenne du béton entre les fissures

(2) $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$ peut être calculé au moyen de l'expression :

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (7.9)$$

σ_s est la contrainte dans les armatures de béton armé tendues, en supposant la section fissurée. Dans le cas des éléments en béton précontraint par pré-tension, σ_s peut être remplacée par $\Delta\sigma_p$, variation de contrainte dans les armatures de précontrainte depuis l'état correspondant à l'absence de déformation du béton au même niveau

α_e est le rapport E_s/E_{cm}

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A'_p}{A_{c,eff}} \quad (7.10)$$

$A_{c,eff}$ est l'aire de la section effective de béton autour des armatures tendues, c'est-à-dire l'aire de la section de béton autour des armatures de traction, de hauteur $h_{c,ef}$, où $h_{c,ef}$ est la plus petite des trois valeurs ci-après : $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ ou $h/2$ (voir Figure 7.1)

ξ_1 tel qu'indiqué par l'Expression (7.5)

k_t est un facteur dépendant de la durée de la charge

$k_t = 0,6$ dans le cas d'un chargement de courte durée

$k_t = 0,4$ dans le cas d'un chargement de longue durée

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff} \quad (7.11)$$

où :

- ϕ est le diamètre des barres. Lorsque plusieurs diamètres de barres sont utilisés dans une même section, il convient de retenir un diamètre équivalent ϕ_{eq} . Dans le cas d'une section comportant n_1 barres de diamètre ϕ_1 et n_2 barres de diamètre ϕ_2 , il convient d'adopter :

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2} \quad (7.12)$$

c est l'enrobage des armatures longitudinales

k_1 est un coefficient qui tient compte des propriétés d'adhérence des armatures adhérentes :

= 0,8 pour les barres à haute adhérence

= 1,6 pour les armatures ayant une surface effectivement lisse (armatures de précontrainte, par exemple)

k_2 est un coefficient qui tient compte de la distribution des déformations :

= 0,5 en flexion

= 1,0 en traction pure

Dans le cas d'une traction excentrée ou pour certaines zones localisées, il convient d'utiliser des valeurs intermédiaires de k_2 que l'on peut déterminer de la manière suivante :

$$k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / 2 \varepsilon_1 \quad (7.13)$$

où ε_1 est le plus grand et ε_2 le plus petit allongement relatif en fibre extrême, la section étant supposée fissurée

Note : Les valeurs de k_3 et k_4 à utiliser dans un pays donné peuvent être fournies par son Annexe Nationale. Les valeurs recommandées sont $k_3 = 3,4$ et $k_4 = 0,425$.

Lorsque l'espacement des armatures adhérentes excède $5(c+\phi/2)$ (voir Figure 7.2) ou lorsqu'il n'y a pas d'armatures adhérentes à l'intérieur du béton tendu, on peut définir une limite supérieure à l'ouverture des fissures en admettant un espacement maximal des fissures :

$$s_{r,max} = 1,3 (h - x) \quad (7.14)$$

III.3) Limitation de la flèche

La flèche ne doit pas dépasser une valeur limite : $flim = l/250$ avec l la portée de la poutre.

Dispense de vérification de la flèche :

Toutefois ; l'EC2 admet que l'on puisse se dispenser de vérifier la flèche si :

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^2 \right] \quad \text{si } \rho \leq \rho_0 \quad (7.16.a)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{si } \rho > \rho_0 \quad (7.16.b)$$

où :

l/d est la valeur limite du rapport portée/hauteur

K est un coefficient qui tient compte des différents systèmes structuraux

ρ_0 est le pourcentage d'armatures de référence = $\sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$

ρ est le pourcentage d'armatures de traction nécessaire à mi-portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment engendré par les charges de calcul

ρ' est le pourcentage d'armatures de compression nécessaire à mi-portée (ou sur appui dans le cas des consoles) pour reprendre le moment engendré par les charges de calcul

f_{ck} en MPa

Tableau 7.4N : Valeurs de base du rapport portée/hauteur utile pour les éléments en béton armé, en l'absence d'effort normal de compression

Système structural	K	Béton fortement sollicité $\rho = 1,5\%$	Béton faiblement sollicité $\rho = 0,5\%$
Poutre sur appuis simples, dalle sur appuis simples portant dans une ou deux directions	1,0	14	20
Travée de rive d'une poutre continue, d'une dalle continue portant dans une direction ou d'une dalle continue le long d'un grand côté et portant dans deux directions	1,3	18	26
Travée intermédiaire d'une poutre ou d'une dalle portant dans une ou deux directions	1,5	20	30
Dalle sans nervures sur poteaux, (plancher-dalle) – pour la portée la plus longue	1,2	17	24
Console	0,4	6	8

Note 1 : Les valeurs indiquées ont été choisies de manière à placer généralement du côté de la sécurité et le calcul est susceptible de montrer fréquemment que des éléments plus minces peuvent convenir.
Note 2 : Dans le cas des dalles portant dans deux directions, il convient d'effectuer la vérification pour la plus petite portée. Dans le cas des planchers-dalles, il convient de prendre la plus grande portée.
Note 3 : Les limites indiquées pour les planchers-dalles correspondent à une limite moins sévère que la limite portée/250 pour la flèche à mi-portée. L'expérience a montré que ceci était satisfaisant.

Si cette condition n'est pas remplie, il faut alors vérifier la flèche.

Calcul de la flèche selon l'EC2 :

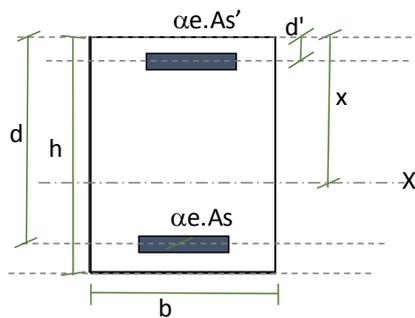
On suit la procédure suivante (flèche sous chargement et sous retrait) :

- 1 Calcul de la courbure en supposant la poutre non fissurée
- 2 Calcul de la courbure en supposant la poutre fissurée
- 3 Déterminer la courbure totale
- 4 Intégrer la courbure pour obtenir la flèche

Calcul de la courbure en supposant la poutre non fissurée :

Lorsque la poutre est non fissurée, on considère que tout le béton participe à l'équilibre mécanique de la section.

On calcule la position de l'axe neutre en admettant ce point :



$$\sum S/x = 0$$

$$\Rightarrow S_{\text{béton}}/X + S_{As}/X + S_{As'}/X = 0$$

$$\Rightarrow -b \cdot h \cdot \left(x - \frac{h}{2}\right) - \alpha e \cdot As' \cdot (x - d') + \alpha e \cdot As \cdot (d - x) = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha e \cdot (As' + As) + b \cdot h) \cdot x - b \cdot \frac{h^2}{2} - \alpha e(d' \cdot As' + d \cdot As) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{b \cdot \frac{h^2}{2} + \alpha e(d' \cdot As' + d \cdot As)}{\alpha e \cdot (As' + As) + b \cdot h}$$

On pose : $Ach = \alpha e \cdot (As' + As) + b \cdot h$

$$\Rightarrow x = \frac{b \cdot \frac{h^2}{2} + \alpha e(d' \cdot As' + d \cdot As)}{Ach}$$

$$Ich = I_{FS} - Ach \cdot x^2$$

$$Ich = \frac{b \cdot h^3}{3} + \alpha e \cdot (As' \cdot d'^2 + As \cdot d^2) - Ach \cdot x^2$$

avec

Ich : le moment quadratique de la section par rapport à son axe neutre.

Sch : le moment statique de la section d'armature par rapport à son axe neutre.

$$Sch = As \cdot (d - x)$$

On peut calculer la courbure (γ) en utilisant les formules de la RdM (on est toujours à l'ELS, donc dans le domaine élastique) :

$$y'' = \frac{M}{E \cdot I}$$

On distingue la courbure due au retrait (γ_{CNF}) de celle due au chargement (γ_{CNF}).

$$y''_{CNF} = \frac{Ms}{E_{c,eff} \cdot Ich}$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad E_{cm} = 22\,000 \left[\frac{f_{cm}}{10} \right]^{0,3} \text{ (MPa)}$$

$\varphi(\infty, t_0)$: coefficient du fluage à déterminer d'après des abaques

La courbure due au retrait est :

$$y''_{RNF} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_{ch}}{I_{ch}}$$

ε_{cs} : déformation due au retrait. $\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{ca} + \varepsilon_{cd}$

ε_{cd} : déformation de retrait due à la dessiccation

ε_{ca} : déformation de retrait due au retrait endogène

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{cd}(\infty) = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

On peut lire les valeurs de $\varepsilon_{cd,0}$ et k_h dans les tableaux suivants :

$f_{cd}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Humidité Relative (en %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

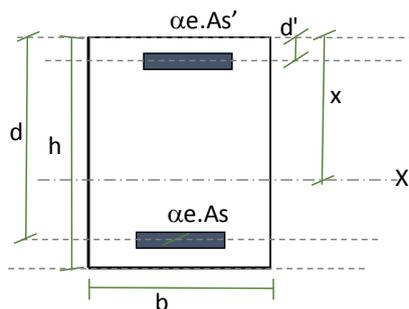
h_0	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

On a pour la flèche totale pour la poutre en condition non fissurée :

$$y''_{NF} = y''_{CNF} + y''_{RNF}$$

Calcul de la courbure en supposant la poutre non fissurée :

Lorsque la poutre est non fissurée, on considère que tout le béton participe à l'équilibre mécanique de la section. On calcule la position de l'axe neutre en admettant ce point :



$$\sum S/x = 0$$

$$\Rightarrow S_{\text{béton}}/X + S_{As}/X + S_{As'}/X = 0$$

$$\Rightarrow -b \cdot h \cdot \left(x - \frac{h}{2}\right) - \alpha_e \cdot As' \cdot (x - d') + \alpha_e \cdot As \cdot (d - x) = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha_e \cdot (As' + As) + b \cdot h) \cdot x - b \cdot \frac{h^2}{2} - \alpha_e(d' \cdot As' + d \cdot As) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{b \cdot \frac{h^2}{2} + \alpha_e(d' \cdot As' + d \cdot As)}{\alpha_e \cdot (As' + As) + b \cdot h}$$

On pose : $Ach = \alpha_e \cdot (As' + As) + b \cdot h$

$$\Rightarrow x = \frac{b \cdot \frac{h^2}{2} + \alpha_e(d' \cdot As' + d \cdot As)}{Ach}$$

$$I_{ch} = I_{FS} - Ach \cdot x^2$$

$$I_{ch} = \frac{b \cdot h^3}{3} + \alpha_e \cdot (As' \cdot d'^2 + As \cdot d^2) - Ach \cdot x^2$$

avec

I_{ch} : le moment quadratique de la section par rapport à son axe neutre.

Sch : le moment statique de la section d'armature par rapport à son axe neutre.

$$Sch = A_s \cdot (d - x)$$

On peut calculer la courbure (y'') en utilisant les formules de la RdM (on est toujours à l'ELS, donc dans le domaine élastique) :

$$y'' = \frac{M}{E \cdot I}$$

On distingue la courbure due au retrait (y''_{RNF}) de celle due au chargement (y''_{CNF}).

$$y''_{CNF} = \frac{Ms}{E_{c,eff} \cdot Ich}$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad E_{cm} = 22\,000 \left[\frac{f_{cm}}{10} \right]^{0,3} \text{ (MPa)}$$

$\varphi(\infty, t_0)$: coefficient du fluage à déterminer d'après des abaques

La courbure due au retrait est :

$$y''_{RNF} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{Sch}{Ich}$$

ε_{cs} : déformation due au retrait. $\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{ca} + \varepsilon_{cd}$

ε_{cd} : déformation de retrait due à la dessiccation

ε_{ca} : déformation de retrait due au retrait endogène

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{cd}(\infty) = kh \cdot \varepsilon_{cd,0}$$

On peut lire les valeurs de $\varepsilon_{cd,0}$ et kh dans les tableaux suivants :

$f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Humidité Relative (en %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0,58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

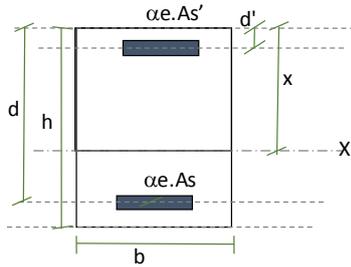
h_0	k_h
100	1.0
200	0.85
300	0.75
≥ 500	0.70

On a pour la flèche totale pour la poutre en condition non fissurée :

$$y''_{NF} = y''_{CNF} + y''_{RNF}$$

Calcul de la courbure en supposant la poutre fissurée :

Lorsque la poutre est fissurée, on considère que seul le béton comprimé participe à l'équilibre mécanique de la section. On calcule la position de l'axe neutre en admettant ce point :



$$\sum S/x = 0 \quad \text{Lorsque X passe par le centre de gravité de la section (homogénéisée)}$$

$$\Rightarrow S_{\text{béton}}/X + S_{As}/X + S_{As'}/X = 0$$

$$\Rightarrow -b \frac{x^2}{2} - \alpha e \cdot As' \cdot (x - d') + \alpha e \cdot As \cdot (d - x) = 0$$

$$\Rightarrow b \frac{x^2}{2} + \alpha e \cdot (As' + As) \cdot x - \alpha e(d' \cdot As' + d \cdot As) = 0$$

$$\begin{aligned} I_{cf}/X &= I_{AS}/X + I_{AS'}/X + I_{\text{béton}}/X \\ &= I_{AS}/AS + \alpha e \cdot As \cdot (d - x)^2 + I_{AS'}/X + \alpha e \cdot As' \cdot (x - d')^2 + I_{\text{béton}}/X \\ &= \alpha e \cdot As \cdot (d - x)^2 + \alpha e \cdot As' \cdot (x - d')^2 + \frac{b \cdot x^3}{3} \end{aligned}$$

$$y''_{CF} = \frac{Ms}{E_{c,eff} \cdot I_{cf}}$$

$$y''_{RF} = \epsilon_{cs} \cdot \alpha e \cdot \frac{Scf}{I_{cf}}$$

$$\text{avec } Scf = As \cdot (d - x)$$

On a ainsi :

$$y''_F = y''_{CF} + y''_{RF}$$

Déterminer la courbure totale

On obtient la courbure totale par la formule suivante :

$$y'' = \xi \cdot y''_F + (1 - \xi) \cdot y''_{NF}$$

avec ξ , le coefficient de distribution.

$$\xi = 1 - \beta \cdot \left(\frac{Mcr}{Ms} \right)^2$$

$$\text{avec } Mcr = \frac{Ich}{h - x} f_{ctm}$$

et $\beta=1$ pour des charges de courte durée, et 0,5 pour des charges de longue durée ou répétée.

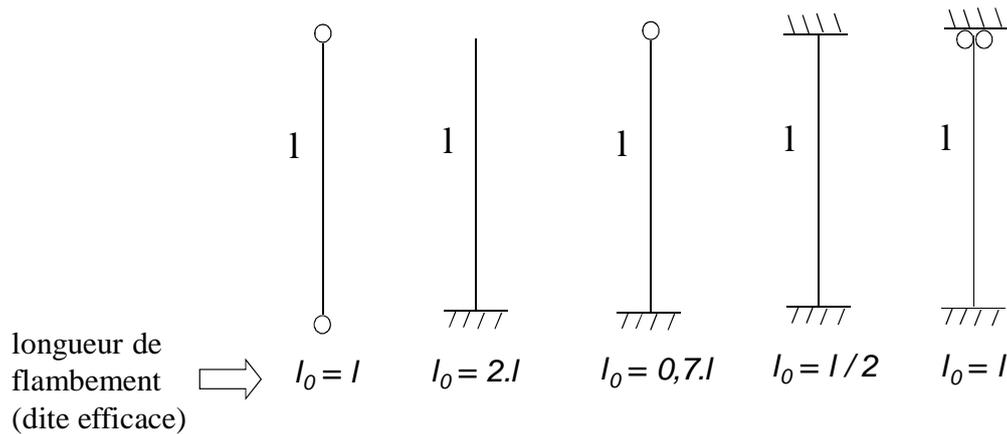
Chapitre 5 : Compression (Poteaux)

I) Longueur de flambement et élancement

On aura recours aux notions suivantes :

- Longueur libre (L) : hauteur du poteau
- Longueur de flambement (L_0) :

Pour des éléments isolés (pas de rôle de contreventement)

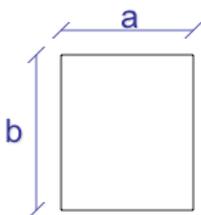


Longueur de flambement des poteaux de bâtiments :

- si leur raideur est non prise en compte dans le contreventement
- s'ils sont correctement connectés en tête et en pied à des éléments de raideur supérieure ou égale

La longueur de flambement peut être prise égale à $0,7.l$

- Aire du béton : $B = b.a$



- Aire des aciers : A
- Elancement des poteaux (λ) :

$$\lambda = l_0 / i_{\min}$$

Avec i_{\min} : rayon de giration : $i_{\min} = \sqrt{I_{\min}/B}$

Exemple : Poteau rectangulaire (avec amb)

$$I_{\min} = b.a^3/12 \quad B = a.b$$

$$i_{\min} = \sqrt{a^2/12}, = a/\sqrt{12}$$

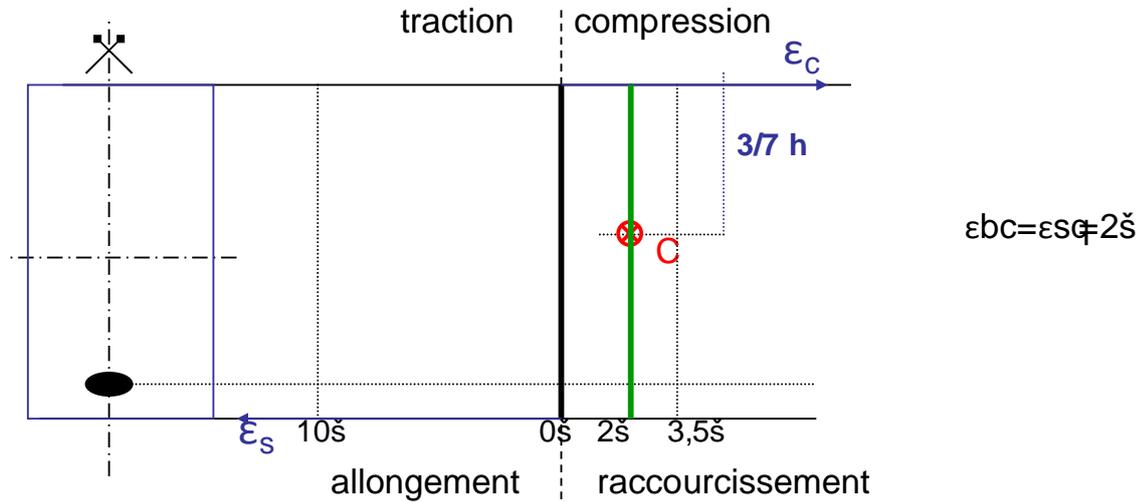
$$\lambda = \sqrt{12} \cdot L_0/a$$

II) Justification des poteaux

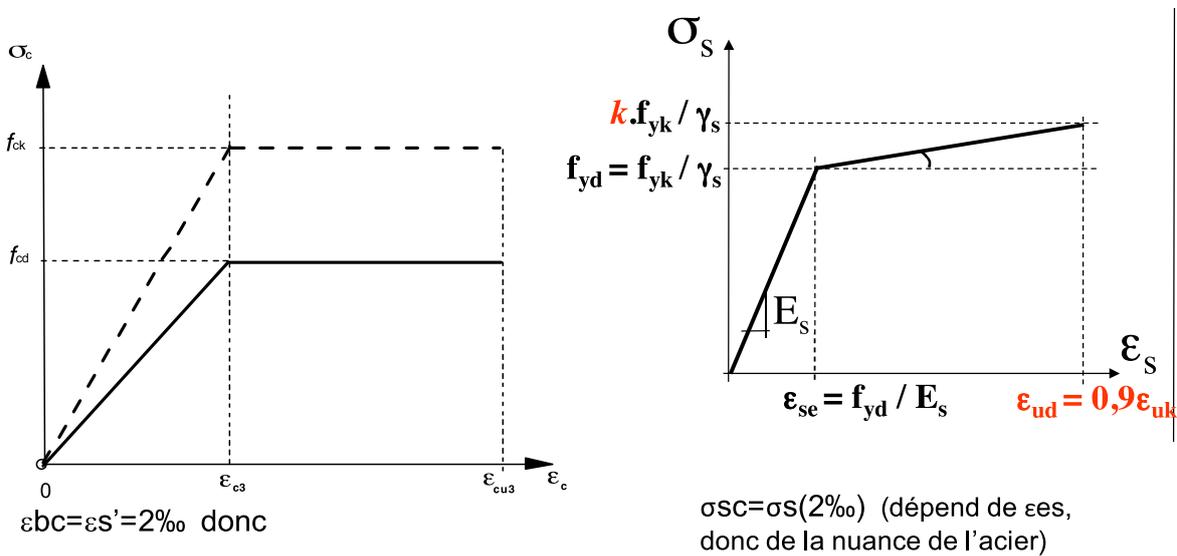
Le calcul de justification des poteaux se fait à l'ELU **uniquement**.

II.1) Calcul de l'effort résistant

Si on connaît A et B (section des aciers et du béton), on peut calculer l'effort normal N_{res} que peut supporter notre poteau à l'ELU. On se place au pivot C



On a une déformation constante sur toute la section.



Résistance théorique en compression simple :

$$N_{Ed} = N_{bét} + N_{acier} = B \cdot f_{bu} + A \cdot \sigma_{sc}$$

L'EC2 apporte des rectificatifs à cette formule :

Il existe toujours une excentricité :

e_i : excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques (après exécution),

Cas d'un élément isolé (pas de rôle de contreventement, sinon prise en compte d'un effort transversal supplémentaire cf. EC2 5.2)

$$e_i = \theta_i \cdot l_0 / 2$$

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m$$

$$\theta_0 = 1 / 200$$

$$\alpha_h = 2 / \sqrt{l}$$

compris entre 2/3 et 1 (l : la longueur de l'élément)

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1+1/m)} \quad m = 1 \text{ pour un poteau isolé (poteau ne participant pas au contreventement)}$$

l_0 : la longueur de flambement ou longueur efficace de l'élément

$$e_i \geq \max\left(2cm; \frac{h}{30}\right)$$

→ Tout élément comprimé est en flexion composé

→ Dimensionnement en flexion composé

Si les conditions suivantes sont respectées :

~ poteau bi articulé sous charges centrées

~ élancement $m \leq 120$

~ $20 \leq f_{ck} \leq 50$ MPa

~ épaisseur dans le sens du flambement $h \geq 0,15$ m

~ distance des aciers à la paroi la plus proche $\geq \min(0,30h ; 100 \text{ mm})$

~ armatures symétriques par moitié sur chaque face

~ chargement à au moins 28 jours

les Recommandations professionnelles de la FFB autorisent l'emploi de la méthode suivante.

Résistance théorique en compression simple :

$$N_{Ed} = N_{bét} + N_{acier} = B \cdot f_{bu} + A \cdot \sigma_{sc}$$

Effort ultime de compression réglementaire (FFB) :

$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = k_h k_s \alpha \left[\frac{bh \cdot f_{ck}}{\gamma_b} + \underbrace{A_s}_{\text{Aire d'acier à dimensionner}} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \right]$$

α : permet de prendre en compte les risques de flambement

$$\gamma_b = 1,5$$

$$\gamma_s = 1,15$$

Pour un poteau de section rectangulaire :

$$N_{Ed} = k_h k_s \alpha (b h f_{cd} + A_s f_{yd})$$

Pour une section rectangulaire $\lambda = \frac{l_0 \sqrt{12}}{h}$ h : épaisseur du poteau dans le sens du flambt

$$\text{si } \lambda \leq 60 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{0,86}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{62}\right)^2\right]}$$

$$\text{si } 60 < \lambda \leq 120 \quad \rightarrow \quad \alpha = \left(\frac{32}{\lambda}\right)^{1,3}$$

96

Pour un poteau de section rectangulaire :

$$k_h = (0,75 + 0,5h)(1 - 6\rho\delta) \quad \text{pour } h < 0,50 \text{ m sinon } k_h = 1$$

$$\delta = d' / h, d' : \text{enrobage des aciers}$$

$$\rho = A_s / (b.h)$$

$$k_s = 1,6 - \frac{0,6 f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 40 \text{ sinon } k_s = 1$$

Pour un poteau de section circulaire :

$$N_{Rd} = k_h k_s \alpha \left(\left(\frac{\pi D^2}{4} \right) f_{cd} + A_s f_{yd} \right)$$

pour une section circulaire : $\lambda = \frac{4.L_0}{D}$

$$\text{si } \lambda \leq 60 \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{0,84}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{52}\right)^2\right]}$$

$$\text{si } 60 < \lambda \leq 120 \quad \rightarrow \quad \alpha = \left(\frac{27}{\lambda}\right)^{1,24}$$

Pour un poteau de section circulaire :

$$k_h = (0,7 + 0,5D)(1 - 8\rho\delta) \quad \text{pour } D < 0,60 \text{ m sinon } k_h = 1$$

$$\delta = d' / D, d' : \text{enrobage des aciers}$$

$$\rho = A_s / (\pi D^2 / 4)$$

$$k_s = 1,6 - \frac{0,65 f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 30 \text{ sinon } k_s = 1$$

Recommandations professionnelles de la FFB

A_s : section totale des aciers situés à la distance $d\phi$ des parois, disposés en 2 lits symétriques pour une section rectangulaire ou en 6 barres réparties pour une section circulaire

Armatures longitudinales

Édiameter minimal = 8 mm

Éferrailage minimum

$$A_s \geq A_{s,\min} = \max \left(0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002 \cdot A_c \right)$$

Ferrailage maximum

$$A_s \leq A_{s,\max} = \max \begin{cases} 0,04 \cdot A_c & \text{hors zone de recouvrement} \\ 0,08 \cdot A_c & \text{au droit des zones de recouvrement} \end{cases}$$

Armatures transversales

~ diamètre minimal :

$$\begin{aligned} \text{cadre et boucle : } & \quad \max(6 \text{ mm}; \quad t \quad \quad \quad l_{\max} / 4) \\ \text{treillis } & \quad = 5 \text{ mm} \end{aligned}$$

~ espacement des cadres en zone courante :

$$s_{t,\max} = \min(20 \cdot \quad ; 40 \text{ cm}; b)$$

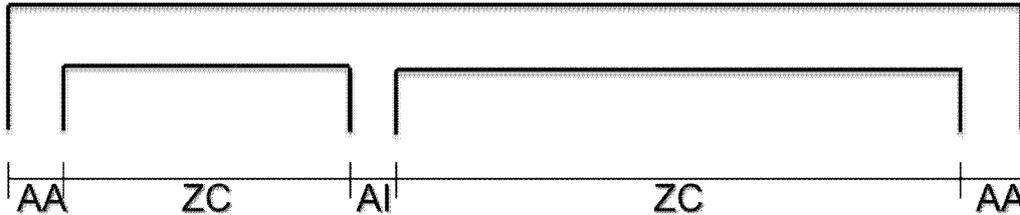
b : plus petite dimension du poteau

Chapitre 6 : Effort tranchant

I) Introduction

Dans une pièce soumise à l'effort tranchant, on distingue :

- Les zones courantes (ZC)
- Les appuis d'about (AA)
- Les appuis intermédiaires (AI)



Normalement, la vérification devrait se faire à l'ELU et à l'ELS

- Mais seul l'ELU est vérifié dans les règlements
- L'ELS se traduit par des dispositions constructives

L'étude du moment de flexion et de l'effort normal :

- " Détermination des dimensions transversales en zone courante
- " Détermination des armatures longitudinales en zone courante

L'étude de l'effort tranchant (à l'ELU) :

1. **ELU du béton de l'âme** : vérification de la résistance en compression des bielles de béton en zone courante
2. **ELU des armatures d'âme** : dimensionnement des cadres pour résister aux efforts de traction en zone courante
3. **ELU des aciers d'ancrage** : dimensionnement des aciers longitudinaux à prolonger sur appuis
4. **ELU du béton des bielles d'about** : vérification de la résistance en compression des bielles de béton sur appuis

II) Bases de calcul

II.1) Poutres sans armatures transversales

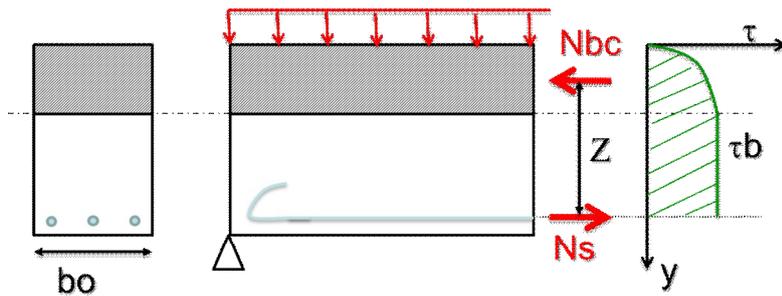
On cherche la répartition des contraintes de cisaillement après cisaillement. Pour une section rectangulaire, on a :

- Dans la partie comprimée :
$$\tau(y) = \frac{V \cdot S(y)}{b \cdot I}$$
 Formule de Jourawski

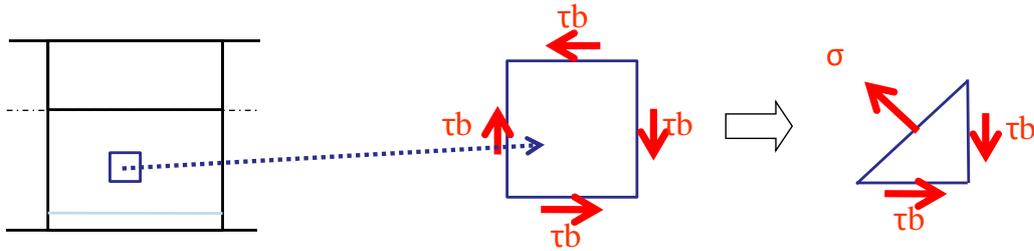
Avec $S(y)$: moment statique de l'aire comprimée

- Dans la partie tendue, après fissuration, il y a cisaillement pur car la fissuration annule la traction.

On a donc :

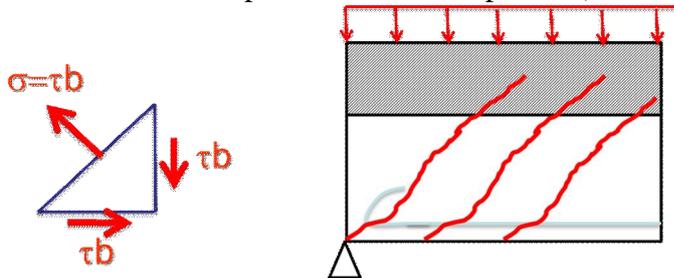


La contrainte de cisaillement sur une facette est équilibrée par une contrainte horizontale



On peut constater que lorsque V augmente, τ_b augmente.

Lorsque σ (égal à τ_b) atteint la résistance à la traction du béton, il apparaît des fissures de traction orientées à 45°. Ces fissures peuvent se propager jusqu'à la fibre supérieure ; on observe alors une rupture brutale de la poutre (cf TP Poutre en flexion).



Pour empêcher que le béton soumis au cisaillement ne se fissure, on doit donc utiliser des armatures transversales.

Toutefois, l'EC2 précise que les armatures transversales ne sont pas nécessaires si :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = \left[\max \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3}; v_{min} \right] + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d$$

$$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c, k_1 = 0,15 \text{ et } v_{min} = (0,34/\gamma_c) f_{ck}^{1/2} \text{ (pour les dalles),}$$

$$v_{min} = (0,053/\gamma_c) k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \text{ (poutres), } v_{min} = (0,35/\gamma_c) f_{ck}^{1/2} \text{ (voiles)}$$

$$f_{ck} \text{ en MPa, } k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad , d \text{ en mm, } \rho_l = A_{sl} / b_w d \leq 0,02$$

A_{sl} : section des armatures tendues

V_{Ed} : effort tranchant appliqué dans la section

b : largeur de la section droite dans la zone tendue (mm),

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0,2 f_{cd} \text{ en MPa,}$$

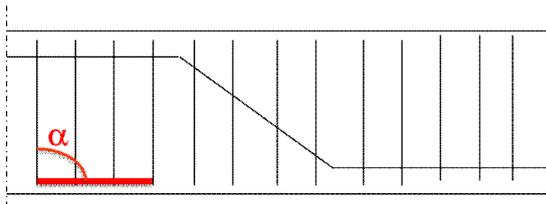
N_{Ed} effort normal agissant dans la section droite, dû aux charges extérieures (N)

A_c : section droite du béton (mm²)

II.2) Poutres avec armatures transversales

On peut utiliser 3 types d'armature (d'efficacité décroissante) :

- Armature inclinées ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$)
- Armatures droites ($\alpha = 90^\circ$)
- Armatures mixtes : cadres (90°) et barres relevés (45°) ; cette configuration est la plus mauvaise, car il y a des concentrations importantes de contraintes au niveau des changements de direction. Cela crée des tensions transversales dans le béton et des ruptures par fendage longitudinal.

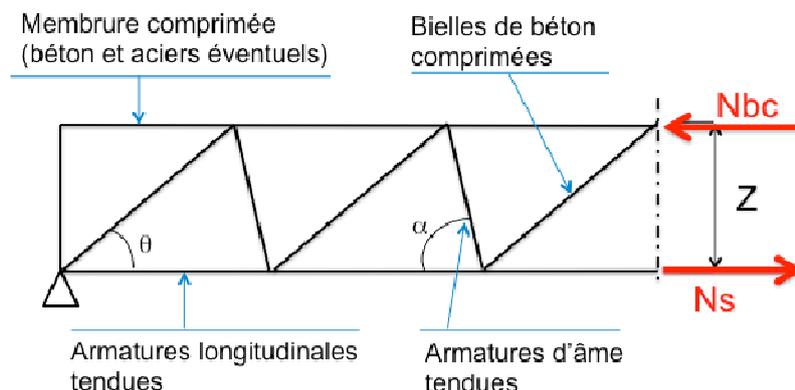


III) Résistance des âmes

III.1) Vérification du béton de l'âme

Pour déterminer les efforts internes dans la poutre, on utilise l'analogie au treillis de Ritter-Mörsch qui assimile la poutre à un treillis (dans la réalité, les montants sont plus denses, il y a superposition, de plusieurs treillis) constitué :

- ❖ Des barres horizontales supérieures comprimées représentant le béton comprimé et les éventuelles armatures longitudinales comprimées
- ❖ Des barres horizontales inférieures tendues représentant les armatures longitudinales tendues
- ❖ Des barres obliques inclinées de α représentant les armatures transversales
- ❖ Des barres obliques inclinées de 45° représentant les bielles de béton comprimé qui sont les éléments de béton orientés selon la contrainte principale de compression, limités par les fissures de traction qui apparaissent sous l'effet de la contrainte principale de traction



Le règlement impose de vérifier la compression des bielles. Pour $\alpha=90^\circ$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{\tan \theta + \cot \theta} \quad \alpha_{cw} = 1 \text{ pour les éléments non précontraints}$$

v_1 réduction de la résistance du béton fissuré à l'effort tranchant

$$v_1 = v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

θ est l'angle des bielles par rapport à la fibre moyenne de l'élément avec :
 $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$

Sans information, on prendra $\theta=45^\circ$

z bras de levier des forces internes (approximé $z=0,9 d$)

III.2) Calcul des armatures

Détermination des armatures d'effort tranchant ($\alpha = 90^\circ$)

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

A_{sw} : aire de la section des armatures d'effort tranchant

s : espacement des cadres ou étriers

f_{ywd} : limite d'élasticité de calcul des armatures d'effort tranchant

Taux d'armature ρ_w :	$\rho_w = A_{sw} / (s \cdot b_w \cdot \sin \alpha)$	
Espacement minimal et maximal :	$\rho_{w,min} = (0,08 \sqrt{f_{ck}}) / f_{yk}$	$\frac{A_{sw, max} f_{ywd}}{b_w s} \leq \frac{1}{2} \alpha_{cw} v_1 f_{cd}$
	$s_{l,max} = 0,75d (1 + \cot \alpha)$	

Pour calculer st_0 , on utilise la relation suivante :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta$$

Avec V_{ed} calculé à une distance d du nu de l'appui.

Procédure de détermination des aciers transversaux

On calcule $V_{ed}(x)$

On détermine si les armatures sont nécessaires ($V_{ed} > V_{rdc}$)

On vérifie les bielles de béton ($V_{ed} < V_{rd,max}$)

On choisit les aciers transversaux

On calcule les espacements min et max

On calcule st_0 . Si st_0 passe, on peut continuer, sinon, on choisit de nouveaux aciers.

On effectue la répartition des armatures transversales selon l'une des méthodes suivantes :

- " Méthode générale
- " Méthode de Caquot
- " Méthode de Perchat

Méthode de Caquot et de Perchat

Pour les travées de hauteur constante sans charge concentrées, on peut utiliser les méthodes simplifiées forfaitaires de Caquot et Perchat.

Dans ces deux méthodes, on commence par calculer st_0 (même formule que dans la partie précédente). Le premier cadre placé à $st_0/2$ du nu de l'appui

Puis on a recours à la série suivante pour les écartements (en cm) à partir de st_0 :

7 ó 8 ó 9 ó 10 ó 11 ó 13 ó 16 ó 20 ó 25 ó 35 ó 40

Chaque espacement est répété n fois

Dans la méthode Caquot : n = nombre entier de mètres (par excès) dans la demi-travée de la poutre (ou totale pour une console)

Dans la méthode de Perchat : même principe mais plus économique que Caquot.

Après le premier cadre à $st_0/2$, on place n_0 espacements st_0 , avec $n_0 \times 0,5 (h/st_0 - 1)$

Puis n fois st_1, st_2 , etc. (les st_i étant les mêmes que dans la série précédente)

n = nombre de mètre (partie entière par excès ou par défaut) dans N_0 :

$$N_0 = 1 + \left(L_0 - \frac{h}{2} \right) \cdot \left(1 - \frac{0,5k'}{\pi \cdot \frac{h}{2}} \right)$$

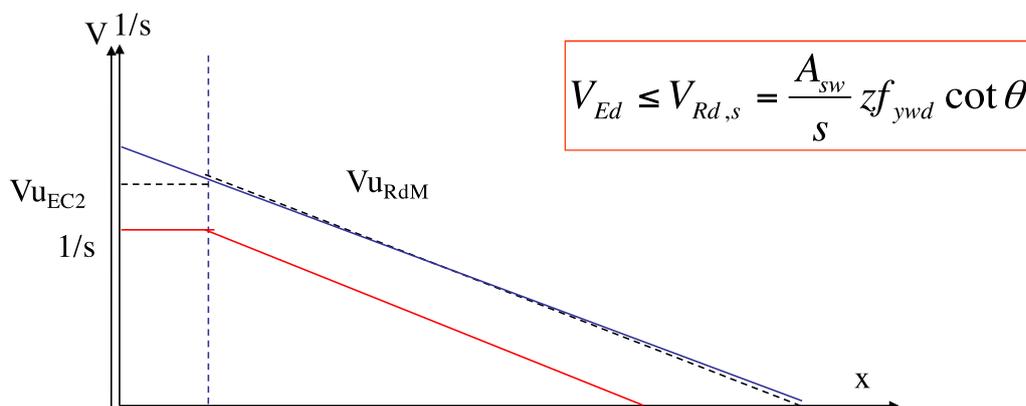
L_0 est la demi-portée de la poutre et k' vaut 1 en l'absence de reprise de bétonnage, sinon 0, Ces méthodes sont plus simples et plus rapides que la méthode générale ; elles vont dans le sens de la sécurité mais aussi dans le sens d'un prix plus important.

Dans tous les cas, il est recommandé de prendre un espacement initial au moins égal à 7cm.

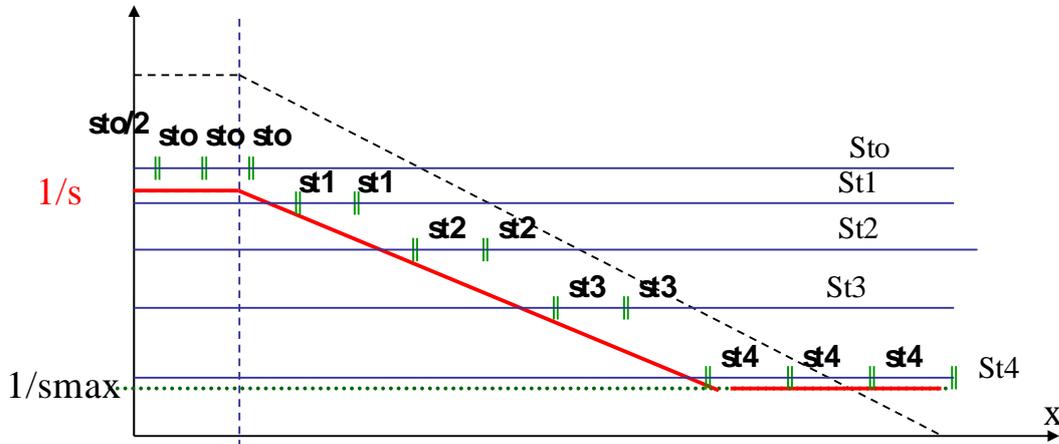
Méthode générale

La méthode générale qui est la plus complexe mais aussi la plus économique en termes d'acier des trois méthodes proposées, passe par les étapes suivantes :

- On calcule st_0
- On trace la courbe $1/s$



- On trace la courbe $1/s_{min}$ et $1/s_{max}$
- On choisit des espacements $st_1, st_2, etc.$ (pris par exemple dans la série de Caquot) et on calcule le taux d'armature correspondant à chaque espacement :
- On place le 1^{er} cadre à $st_0/2$ de l'appui, puis on met en place des espacements $st_0, st_1, st_2, etc.$ de telle sorte que la courbe obtenue respecte les $1/s$



Recommandation :

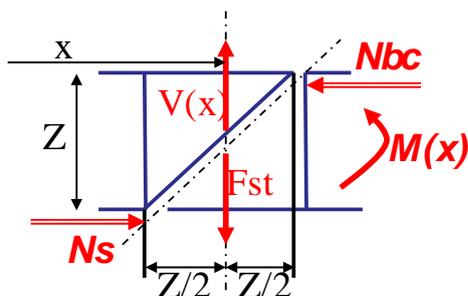
- Eviter les armatures de diamètre supérieur à 12 mm
- Inclinaison supérieure à 65° pour éviter le risque d'éclatement du béton d'enrobage par glissement des ligatures ($=65^\circ$ correspond à l'angle de frottement acier-à-acier).
- Si $45^\circ \leq \theta \leq 65^\circ$: on utilise la soudure électrique pour assurer la liaison avec les armatures longitudinales

III.7) Arrêt des barres principales

III.7.1) Décalage de la courbe des moments

Revenons au treillis de Ritter-Mörsch. Examinons la répartition des efforts dans le cas simple des armatures droites ($\alpha=90^\circ$) :

- l'effort F_{st} résultant des cadres situés sur la longueur Z s'applique au centre de cet intervalle Z ;
- l'effort de traction sur les armatures principales $N_s = M(x)/Z$ est appliqué à l'abscisse $x - Z/2$, d'où un décalage de $Z/2$ dans le sens des moments décroissants de l'effort de traction N_s qui équilibre le moment $M(x)$.



Pour déterminer les sections d'armatures longitudinales en fonction du diagramme du moment de flexion $M(x)$, il faut donc décaler les moments d'une quantité a_l dans le sens où ils décroissent en valeur absolue : cette quantité dépend de l'inclinaison des armatures et du bras de levier Z .

L'EC2 demande de prendre :

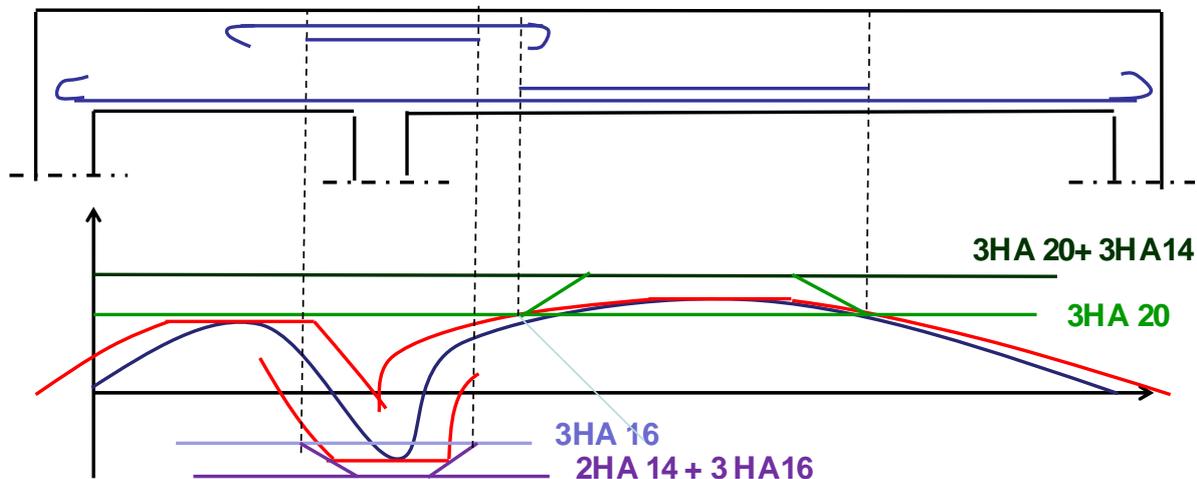
- Si pas d'armature d'effort tranchant : $a_l = d$
- Si armatures d'effort tranchant : $a_l = z(\cot \theta - \cot \alpha)/2$

Pour évaluer le moment agissant sur une membrure tendue, on prend en compte le moment fléchissant agissant à une distance a_l de la section considérée, dans la direction où les moments augmentent en valeur absolue.

III.7.2) Déroulement de la méthode

Afin de déterminer l'arrêt des barres, on suivra les étapes suivantes :

- On trace la courbe du moment de flexion $M_u(x)$
- On la décale de la distance a_l vers le côté où les moments s'annulent
- On trace les droites horizontales correspondant aux moments équilibrés par la section armée par les différents lits d'armatures ($M = 0,9 A_s \sigma_s d$)
- On raccorde ces droites horizontales par des segments inclinés sur la distance horizontale l_s (longueur de scellement)



L'effort de traction supplémentaire $^a F_{td}$ dans les armatures longitudinales, dû à l'effort tranchant V_{Ed} , peut être calculé au moyen de l'expression :

$$^a F_{td} = 0,5 V_{Ed} (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Il convient que $(M_{Ed}/z + ^a F_{td})$ ne soit pas supérieur à $M_{Ed,max}/z$, où $M_{Ed,max}$ est le moment maximal le long de la poutre.

IV) Appuis de rive

$$\sigma_{Rd} = \max[\sigma_{Rd1}; \sigma_{Rd2}] \leq \sigma_{Rd,max} = 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

appui de rive :

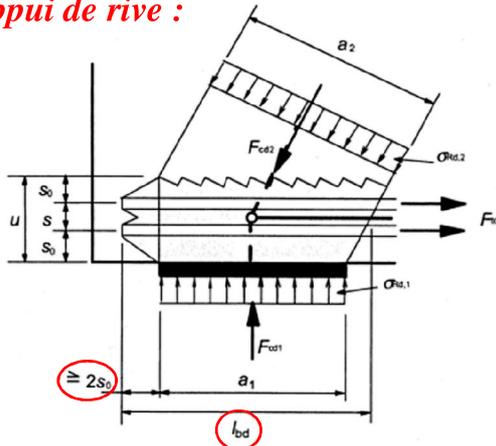


Figure 6.27 : Nœud soumis à compression et à traction, avec armatures dans une direction

$$\sigma_{Rd1} = \frac{V_{Ed}}{b_w a_1} \quad \text{et} \quad \sigma_{Rd2} = \frac{V_{Ed}}{b_w a_2 \sin \theta'}$$

avec $a_2 = (a_1 + \cot \theta' (2s_0 + s)) \sin \theta'$

avec :

a_1 : largeur de la bielle sur appui

$$(a_1 = a_{appui} - c_{nom} - 2 \cdot s_0)$$

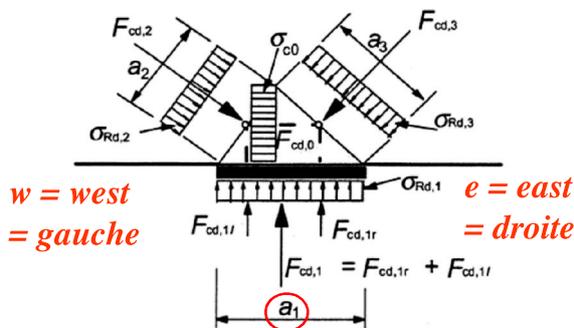
s_0 : distance entre le bas de la poutre et l'entraxe de l'acier le plus bas

s : entraxe entre les lits des aciers

IV.2) Appuis intermédiaires

$$\sigma_{Rd} = \max[\sigma_{Rd1}; \sigma_{Rd2}; \sigma_{Rd3}] \leq \sigma_{Rd,max} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

appui intermédiaire :



$w = west$ $e = east$
 $= gauche$ $= droite$

Figure 6.26 : Nœud soumis à compression, sans tirant

avec $\sigma_{Rd1} = \frac{V_{Edw} + V_{Ede}}{b_w a_1}$

et $\sigma_{Rd2} = \frac{V_{Edw}}{b_w a_2 \sin \theta'_w}$

et $\sigma_{Rd3} = \frac{V_{Ede}}{b_w a_3 \sin \theta'_e}$

avec $a_2 = (a_1 + \cot \theta'_w (2s_0 + s)) \sin \theta'_w$

et $a_3 = (a_1 + \cot \theta'_e (2s_0 + s)) \sin \theta'_e$

ANNEXES : Acronymes

Majuscules latines

A : Aire de la section droite

A_C : Aire de la section droite du béton

A_S : Aire de la section des armatures de béton armé

$A_{s,c}$: Aire de la section des armatures comprimées de béton armé

$A_{s,min}$: Aire de la section minimale d'armatures

A_{sw} : Aire de la section des armatures d'effort tranchant

$E_C, E_{C(28)}$: Module d'élasticité tangent à l'origine pour un béton de masse volumique normale à 28 jours

$E_{C,eff}$: Module d'élasticité effectif du béton

E_{cd} : Valeur de calcul du module d'élasticité du béton

E_{cm} : Module d'élasticité sécant du béton

E_s : Valeur de calcul du module d'élasticité de l'acier de béton armé

G_k : Valeur caractéristique d'une action permanente

I : Moment d'inertie de la section de béton

L : Longueur

M : Moment fléchissant

M_U : Valeur de calcul du moment fléchissant agissant à l'ELU

M_S : Valeur de calcul du moment fléchissant agissant à l'ELS

N : Effort normal

N_U : Valeur de calcul de l'effort normal agissant (traction ou compression) à l'ELU

N_S : Valeur de calcul de l'effort normal agissant (traction ou compression) à l'ELS

Q_k : Valeur caractéristique d'une action variable

S : Moment statique de la section

V : Effort tranchant

V_{Ed} : Valeur de calcul de l'effort tranchant agissant (à l'ELU)

Minuscules latines

a : Distance ou Donnée géométrique

b : Largeur totale d'une section droite ou largeur réelle de la table d'une poutre en T ou en L

b_w : Largeur de l'âme des poutres en T, en I ou en L

c : enrobage

c_{min} : enrobage minimal

c_{nom} : enrobage nominal à respecter

d : Hauteur utile d'une section droite

d_g : Dimension nominale supérieure du plus gros granulat

e : Excentricité

eh : espacement horizontal entre barres

e_v : espacement vertical entre barres
 f_c : Résistance en compression du béton
 f_{cd} : Valeur de calcul de la résistance en compression du béton
 f_{ck} : Résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours
 f_{cm} : Valeur moyenne de la résistance en compression du béton, mesurée sur cylindre
 f_{ctk} : Résistance caractéristique en traction directe du béton
 f_{ctm} : Valeur moyenne de la résistance en traction directe du béton
 $f_{0,2k}$: Valeur caractéristique de la limite d'élasticité conventionnelle à 0,2% de l'acier de béton armé
 f_t : Résistance en traction de l'acier de béton armé
 f_{tk} : Résistance caractéristique en traction de l'acier de béton armé
 f_y : Limite d'élasticité de l'acier de béton armé
 f_{yd} : Limite d'élasticité de calcul de l'acier de béton armé
 f_{yk} : Limite caractéristique d'élasticité de l'acier de béton armé
 f_{ywd} : Limite d'élasticité de calcul des armatures d'effort tranchant
 h : Hauteur totale de la section droite
 i : Rayon de giration
 k : Coefficient de rupture du béton
 l_{bd} : longueur d'ancrage de calcul
 $l_{bd,rqd}$: longueur d'ancrage théorique (égal à la longueur de scellement droit)
 $l_{b,min}$: longueur d'ancrage minimal
 l_s : longueur de scellement droit
 l_0 : longueur de recouvrement ou pour un poteau longueur de flambement
 r : Rayon
 s : espacement entre les armatures transversales
 t : Epaisseur ou instant considéré
 t_0 : Age du béton au moment du chargement
 u : Périmètre de la section droite de béton dont l'aire est A_c
 x : Profondeur de l'axe neutre
 z : Bras de levier des forces internes

Minuscules grecques

α : Angle des aciers transversaux (cadre) ou coefficient de réduction de l'effort de résistance maximum pour les poteaux.
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$: Coefficients d'ancrage de l'acier dans le béton
 θ : Angle des bielles de béton
 γ : Coefficient partiel de sécurité
 γ_c : Coefficient partiel relatif au béton
 γ_g : Coefficient partiel relatif aux actions permanentes

γ_Q : Coefficient partiel relatif aux actions variables Q
 γ_S : Coefficient partiel relatif à l'acier de béton armé ou de précontrainte
 ε_C : Déformation relative du béton
 ε_{C3} : Déformation relative du béton à la limite élastique
 ε_{Cu3} : Déformation relative ultime du béton en compression

 ε_S : Déformation relative de l'acier
 ε_{Se} : Déformation relative de l'acier à la limite élastique
 ε_{uk} : Déformation relative ultime de l'acier
 ε_{ud} : Déformation relative ultime de calcul de l'acier
 ϕ : Diamètre des barres d'acier
 ϕ_n : Diamètre équivalent d'un paquet de barres d'acier
 λ : Coefficient de réduction de la hauteur comprimée de béton (souvent égal à 0,8) ou pour un poteau élancement
 η : Coefficient de réduction de la contrainte de béton (généralement égal à 1)
 η_1 et η_2 : Coefficients d'adhérence acier/béton
 ρ : taux d'armature
 σ_C : contrainte du béton
 τ : contrainte de cisaillement