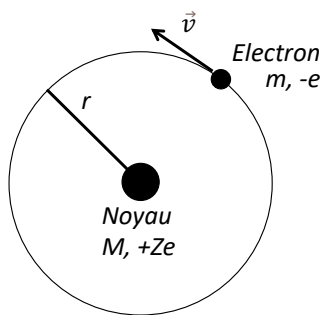


### Exercice 1. Paradoxe de l'effondrement de l'atome d'hydrogène (4 pt)

On considère l'atome d'hydrogène constitué d'un noyau (de charge  $+Ze$ ) et d'un électron (de charge  $-e$ ), de masses respectives  $M$  et  $m$ . L'électron se déplace sur une orbite circulaire de rayon  $r$  avec une vitesse tangentielle  $\vec{v}$  constante. L'énergie potentielle coulombienne créée par le noyau sur l'électron est donnée par l'expression ci-dessous.



$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{Ze^2}{r}$$

1) Exprimer l'énergie cinétique de l'électron en fonction de sa quantité de mouvement  $p = mv$ . En déduire l'expression de son énergie totale  $E$  en fonction de  $p$  et  $r$ . **(1 pt)**

Energie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \quad (0,5 \text{ pt})$$

Energie totale :

$$E = E_c + V = \frac{p^2}{2m} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (0,5 \text{ pt})$$

2) D'après le principe de Heisenberg, le rayon de l'orbite et la quantité de mouvement de l'électron sont chacun soumis à une indétermination dont le produit est supérieur à la constante de Planck réduite. En considérant  $\Delta r \Delta p \approx h/2\pi$  avec  $\Delta r \approx r$  et  $\Delta p \approx p$ , établir une nouvelle expression de l'énergie totale  $E$  de l'électron uniquement en fonction de  $r$ . **(0,5 pt)**

$$E = \frac{h^2}{8\pi^2 r^2 m} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

3) Déterminer l'expression de la dérivée de  $E$  fonction de  $r$ . En déduire la valeur  $r_0$  du rayon orbital correspondant à l'énergie minimale,  $E_0$ . **(1 pt)**

$$\frac{dE}{dr} = -\frac{h^2}{4\pi^2 r^3 m} + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (0,5 \text{ pt})$$

La valeur  $r_0$  est obtenue en annulant la dérivée :

$$\frac{dE}{dr} = 0 \Rightarrow -\frac{h^2}{4\pi^2 r^3 m} + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 0$$

D'où :

$$r_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{Ze^2 \pi m} \quad (0,5 \text{ pt})$$

4) Calculer  $r_0$ . **(0,5 pt)**

$$r_0 = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,529 \text{ \AA}$$

5) Déterminer l'expression de  $E_0$  et calculer sa valeur en Joules et en eV. **(1 pt)**

$$E_0 = \frac{h^2}{8\pi^2 r_0^2 m} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}$$

En remplaçant  $r_0$  par l'expression obtenue à la question 4, on obtient :

$$E_0 = -\frac{mZ^2 e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$E_0 = -2,180 \cdot 10^{-18} \text{ J} = -13,6 \text{ eV} \quad (0,5 \text{ pt})$$

## Exercice 2. Spectroscopie des ions hydrogénéoïdes (5 pt)

1) L'ion hydrogénéoïde du carbone ( $Z = 6$ ) dans l'état fondamental absorbe un photon de longueur d'onde  $\lambda_1 = 2,642 \text{ nm}$ , puis émet un photon de longueur d'onde  $\lambda_2 = 112,704 \text{ nm}$ . Sur quel niveau d'énergie l'électron se trouve-t-il après cette émission ? **(1 pt)**

On utilise l'expression de Balmer pour la transition d'absorption ( $1 \rightarrow n$ ) :

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H Z^2 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

et pour la transition d'émission du niveau ( $n \rightarrow m$ ) :

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

En faisant la différence de ces deux équations, on obtient :

$$\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = R_H Z^2 \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)$$

On en déduit  $m \approx 4$ .

2) L'ion hydrogénoïde du carbone est excité au niveau  $n = 4$ . Combien de raies différentes peuvent-elles être émises lors de son retour à l'état fondamental ? **(1 pt)**

Les transitions possibles sont :

$4 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 1$

$4 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 2$

$4 \rightarrow 3$

3) Calculer l'énergie d'ionisation de cet hydrogénoïde. **(1 pt)**

$$EI = 13,6Z^2 = 489,6 \text{ eV.}$$

4) La longueur d'onde d'émission  $2 \rightarrow 1$  d'un hydrogénoïde inconnu est égale à  $\lambda = 7,608 \text{ nm}$ . De quel hydrogénoïde s'agit-il ? **(1 pt)**

On utilise l'expression de Balmer :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

On en déduit  $Z = 4$ . Il s'agit donc de l'hydrogénoïde du beryllium, soit  $\text{Be}^{3+}$ .

5) Exprimer le rapport entre l'énergie d'ionisation du carbone  $EI(C)$  et l'énergie d'ionisation de l'hydrogène  $EI(H)$ . **(1 pt)**

$$EI(C) = 13,6Z_C^2 \text{ et } EI(H) = 13,6 \text{ d'où : } EI(C) = Z_C^2 EI(H) = 36EI(H) = EI(H)$$

### Exercice 3. Effet photoélectrique (4 pt)

1) Ecrire l'équation bilan de l'échange d'énergie entre un photon incident et un photoélectron. **(1 pt)**

$$\frac{hc}{\lambda} = W_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

2) Le travail de sortie (énergie minimale pour arracher un électron) du cuivre est de 4,4 eV. En déduire la longueur d'onde seuil de l'effet photoélectrique (en nm). **(1 pt)**

$$\frac{hc}{\lambda_{seuil}} = W_0$$

d'où  $\lambda_{seuil} = 282 \text{ nm}$ .

3) On irradie une surface de cuivre avec un rayonnement incident de longueur d'onde  $\lambda_{inc} = 200 \text{ nm}$ . Déterminer l'énergie cinétique (en eV) des photoélectrons. **(1 pt)**

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_{seuil}} = 2,88 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,80 \text{ eV}$$



3 a tendance à perdre deux électrons pour acquérir la configuration électronique de Kr  $\rightarrow 3^{2+}$

5) Donner la configuration électronique de l'ion  $4^{2+}$ . **(0,5 pt)**

$4^{2+}$  : [Kr]  $5s^0 4d^4$

6) L'élément 4 peut s'associer à l'oxygène pour former un dioxyde (2 atomes d'oxygène pour un atome de 4) ou un trioxyde (3 atomes d'oxygène pour un atome de 4). Donner le degré d'oxydation de 4 dans ces deux oxydes. **(0,5 pt)**

Dioxyde : degré d'oxydation de 4 = IV

Trioxyde : degré d'oxydation de 4 = VI

### Exercice 5. Atomistique et propriétés des éléments (2 pt)

On donne ci-dessous les énergies d'ionisation successives du silicium (en kJ/mol).

E1	786,5
E2	1577,1
E3	3231,6
E4	4355,5
E5	16090,6

1) Justifier la forte augmentation entre E4 et E5. **(1 pt)**

*Les quatre premières ionisations font intervenir électrons appartenant à la couche de valence ; la cinquième fait intervenir un électron de cœur, beaucoup plus difficile à arracher.*

2) Calculer (en nm) les longueurs d'ondes susceptibles de provoquer ces deux ionisations. **(1 pt)**

E4 : 27,47 nm

E5 : 7,43 nm

## GRANDEURS PHYSIQUES (Unités du Système International ou dérivées)

Grandeur	Symbol	Valeur	Unité
vitesse de la lumière	$c$	$2,9979.10^8$	$m.s^{-1}$
permittivité du vide	$\epsilon_0$	$8,8542.10^{-12}$	$F.m^{-1} (= m^{-3}.kg^{-1}.s^4.A^2)$
constante de Planck	$h$	$6,6261.10^{-34}$	J.s
charge élémentaire	$e$	$1,6022.10^{-19}$	C (= s.A)
masse de l'électron	$m_e$	$9,1094.10^{-31}$	kg
masse du proton	$m_p$	$1,6726.10^{-27}$	kg
rayon de Bohr	$a_0$	$0,5292.10^{-10}$	m
constante de Rydberg	$R_H$	$1,0974.10^7$	$m^{-1}$
constante d'Avogadro	$N_A$	$6,0221.10^{23}$	$mol^{-1}$
constante de Faraday	F	96485	$C.mol^{-1}$
constante de Boltzmann	k	$1,3806.10^{-23}$	$m^2 kg s^{-2} K^{-1}$
constante des gaz parfaits	R	8,3145	$J.mol^{-1}.K^{-1}$

## UNITÉS DU SYSTÈME INTERNATIONAL

Grandeur	[Symbol]	Unité	Nom
longueur	[L]	m	mètre
masse	[M]	kg	kilogramme
temps	[T]	s	seconde
température	[ $\theta$ ]	K	Kelvin
intensité électrique	[I]	A	Ampère
quantité de matière	[N]	mol	mole
intensité lumineuse	[J]	candela	cd

## PRINCIPALES UNITÉS DÉRIVÉES

Grandeur	Unité	Nom	Correspondance
force	N	Newton	$1 N = 1 kg.m.s^{-2}$
énergie	J	Joule	$1 J = 1 N.m$
	cal	calorie	$1 cal = 4,184 J$
	eV	electron-Volt	$1 eV = 1,6022.10^{-19} J$
pression	Pa	Pascal	$1 Pa = 1 N.m^{-2}$
	atm	atmosphère	$1 atm = 1,013.10^5 Pa$
	bar	bar	$1 bar = 10^5 Pa$
	mmHg	mm de mercure	$760 mmHg = 1 atm$
charge électrique	C	Coulomb	$1 C = 1 A.s$
	F	Faraday	$1 F = 96485 C.mol^{-1}$
potentiel électrique	V	Volt	$1 V = 1 N.m.C^{-1}$
capacité électrique	F	Farad	$1 F = 1 C.V^{-1}$
moment dipolaire	D	Debye	$1 D = 3,335.10^{-30} C.m$
volume	l	litre	$1 L = 10^{-3} m^3$
température	°C	degré Celsius	$T [°C] = (T[K] - 273.15)$